

Description des noyaux à partir de QCD sur réseau

Jaume Carbonell



Paris, Journées SFP-BTPN, 22 juin 2016

I. Pourquoi la physique nucléaire (théorique) est si vache ?

De la simplicité de Yukawa ... à l'usine à gaz

... et retour !

II. LQCD: physique nucléaire (et hadronique!) avec un paramètre

III. Que peut on attendre ?

I. Pourquoi la physique nucléaire (théorique) est si vache ?

Le spectre du positronium (e^+e^-) ne dépend que de deux paramètres (m, α) et ceci pour l'infinité de ses états liés, et quelque soit la précision demandée

A l'ordre le plus bas:
$$E_n = -\frac{1}{4n^2} m \alpha^2$$

Il en est de même si l'on veut décrire une collision e^+e^- à quelques eV. mais cela reste vrai à des énergies 10^6 fois plus grandes !

En fait le premier « nouveau paramètre » n'apparaît qu'à des énergies 10^8 eV



et il est en quelque sorte « trivial » : m_μ

Cette desarmante simplicité demeure lors d'une collision $Ps+Ps$

C'est un problème à 4 corps (e^+e^-)+(e^+e^-) avec plusieurs « voies asymptotiques » mais dont la solution ne dépendra aussi que des mêmes deux paramètres **pourvu que qu'on le résolve exactement**, en tant que problème à 4 corps !!!

Il en est de même pour la collision $Ps^+ + Ps^+$...sauf que pour l'instant on ne sait pas le résoudre exactement (N=6) !

La situation se complique si l'on veut décrire **le système formé par deux atomes du « gaz noble » ^4He**

Ces atomes ont « perdu leur noblesse » en formant des dimers, trimers, tétramers, ... soit avec eux mêmes, soit avec ses cousins ^3He (perte tout relative donc!)

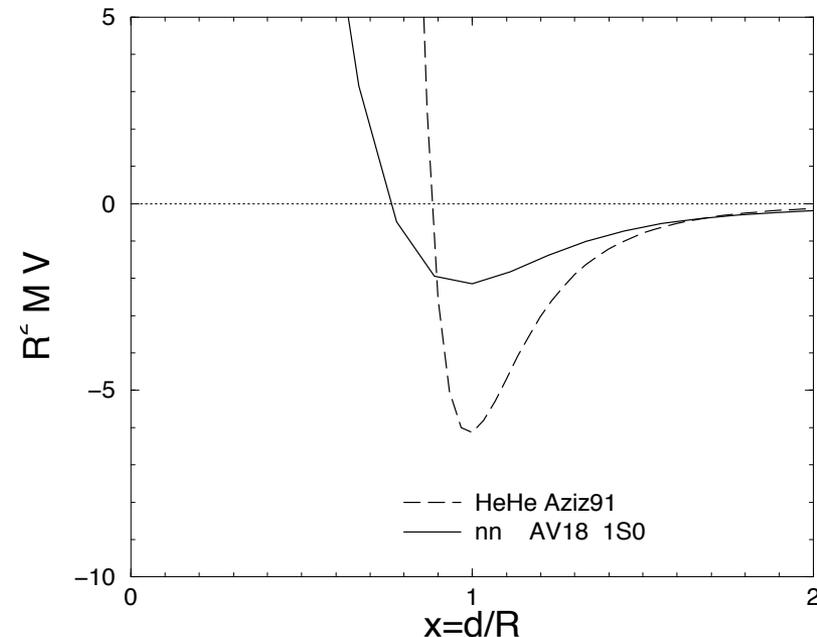
Ce sont des « états périphériques », quasi-satellites, sans co-valence impliquant des $B \approx 10^{-7}$ eV et des tailles ≈ 100 ou 1000 Å !

Pour décrire ce système – **purement électromagnétique** – on introduit un « potentiel » atome-atome, i.e. on considère comme simple (ponctuel) ce qui est en fait compliqué

Exemple: le potentiel d'Aziz,
R.A. Aziz et al., J. Chem. Phys 94 (1991) 8047

Il décrit bien la phénoménologie (pauvre!)
mais au prix de .. **12 paramètres !**
alors qu'en réalité tout ne dépend que de (m, α)

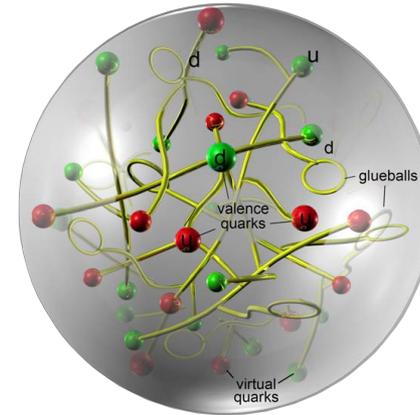
Cette « explosion » a lieu dans un cas extrêmement simple, par rapport au nucléaire (ni SS, ni LS, ni T...)
Malgré son caractère purement électromagnétique, on renonce à tout lien avec QED: on ne se « raconte pas des histoires » on « n'échange rien », malgré que QED soit très symétrique



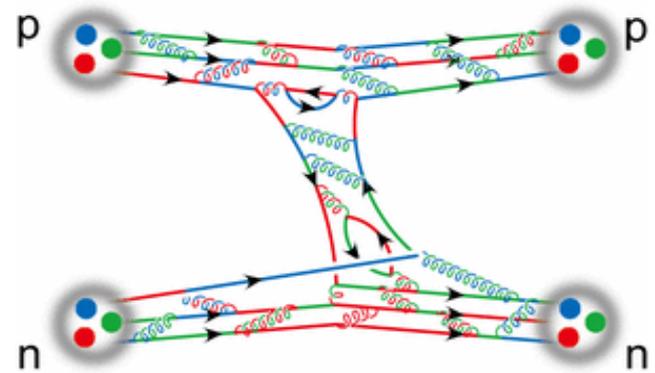
La « complication » vient en fait de nos simplifications !

Une situation paradoxale qui est aussi celle de la physique nucléaire

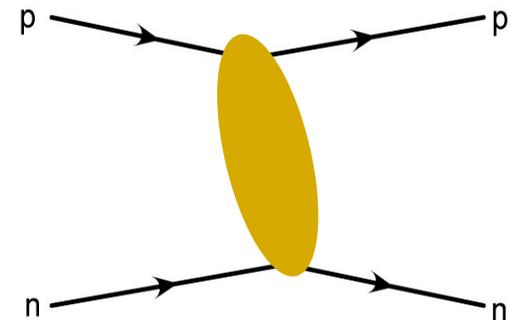
Les nucléons sont des objets TRES compliqués
bien plus compliqués que les atomes d' ^4He !



ce qui se traduit par des interactions compliquées...



Si on s'entête à les décrire par des "potentiels" V
entres des objets simples.....



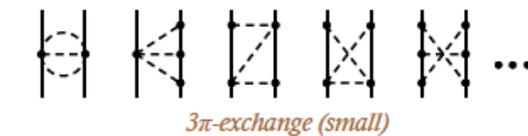
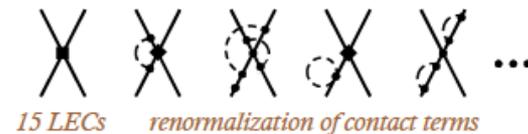
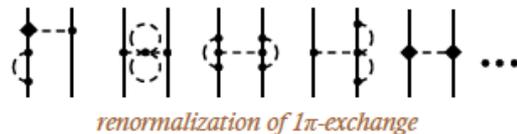
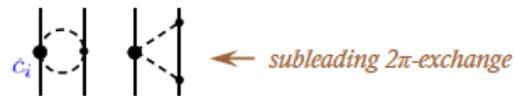
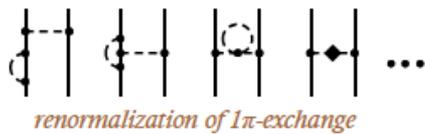
On fini – phénoménologie oblige - avec des "monstres" ayant 30-40 paramètres.....

qui assurent - tout de même ! - une description presque parfaite $X^2/\text{datum}=1.01$
des très nombreuses données NN ($T_{\text{Lab}} < 300 \text{ MeV}$)

Vrai dans l'approche traditionnelle ("méson-echange": $\pi, \sigma, \rho, \omega, \dots$)

ceci reste vrai dans l'approche **EFT** (1992: Weinberg, Van Kolck,...)

Exemple de "potentiel" NN : pion+ "termes de contact" (regularisés)

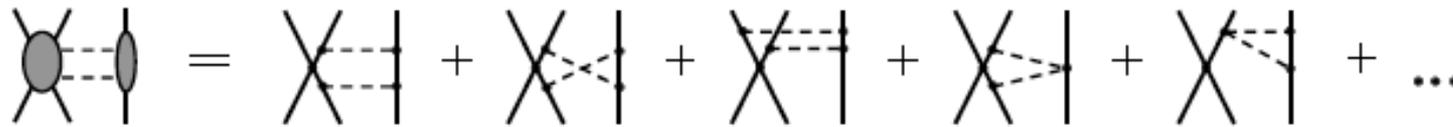
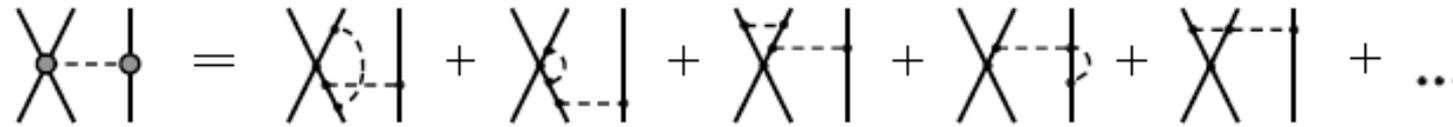
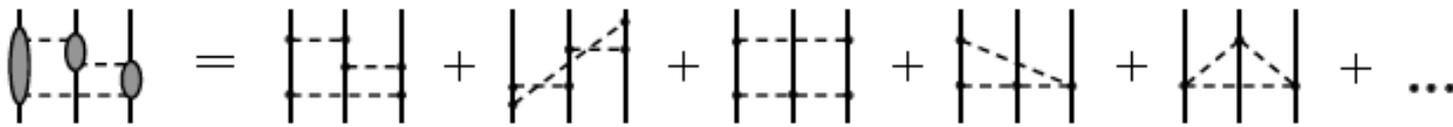
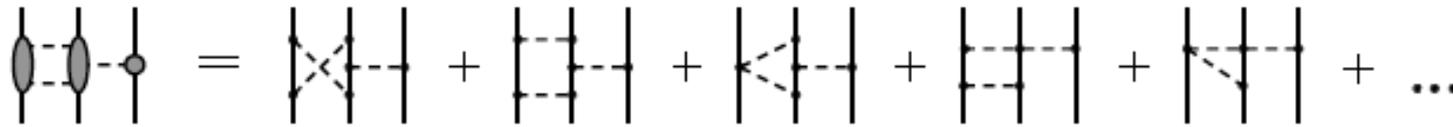
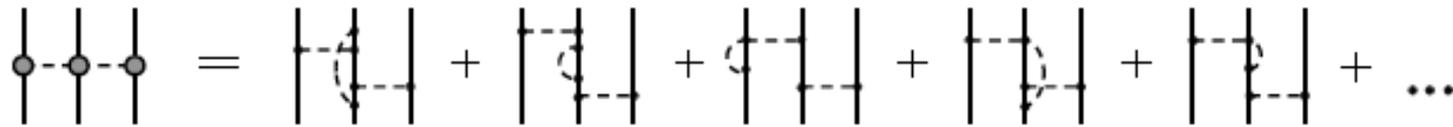


+ isospin-breaking corrections...

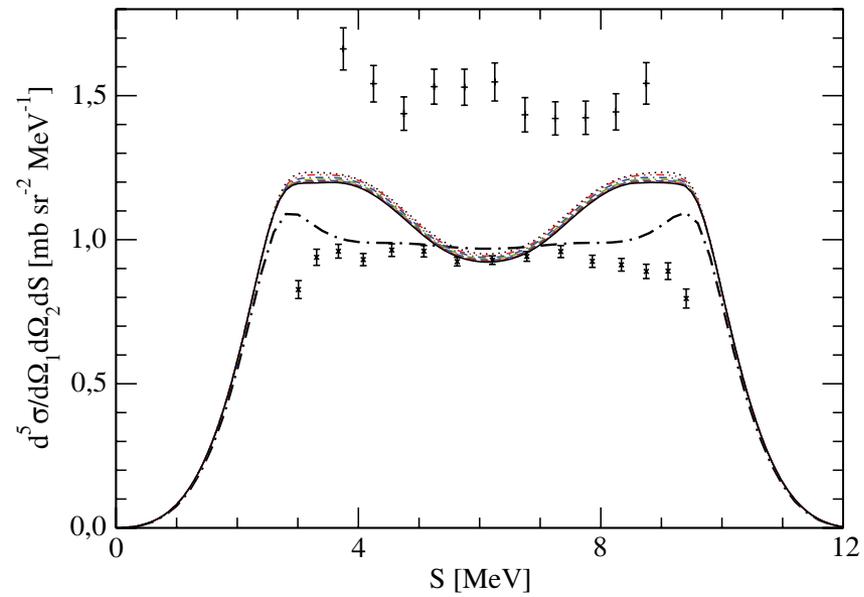
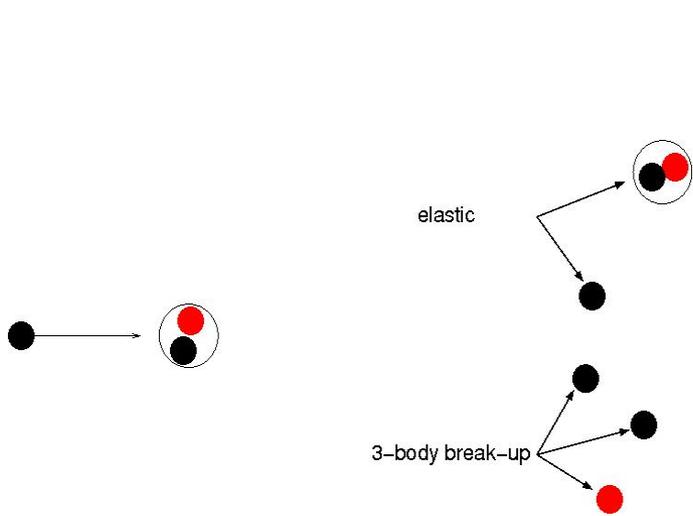
E. Epelbaum Joliot Curie 2010, on a fait mieux depuis (N4LO)

.... mais qui ne reproduisent pas les énergies des noyaux ^3He ni ^4He

Il faut **encore** ajouter “quelques” corrections (3NF)...



Pour ne pas encore reproduire certaines sections efficaces élastiques et polarisations $n\text{-}^2\text{H}$ (A_y),
certaines resonances à très basse énergie ($n\text{-}^3\text{H}$),
ou certaines sections efficaces de break-up... aussitôt que l'on apprend à les calculer



Chaque “gros point” est une interaction de contact... entre des objet très étendus !
Chaque “ligne” une propagation d’objets improbables dans un space-temps inexistant
entre des objets illusoires: on se “raconte des histoires”

Est-ce bien raisonnable ???

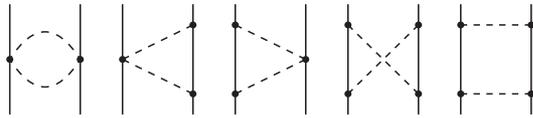
**Ne peut-on pas faire plus simple,
puisque de toutes façons c’est “un peu faux” ???**

C’est l’esprit de la “pionless EFT” (cf. **U. van Kolck**), au pris d’un radical
dépouillement conceptuel: “les noyaux existent ...parce que les N se touchent”

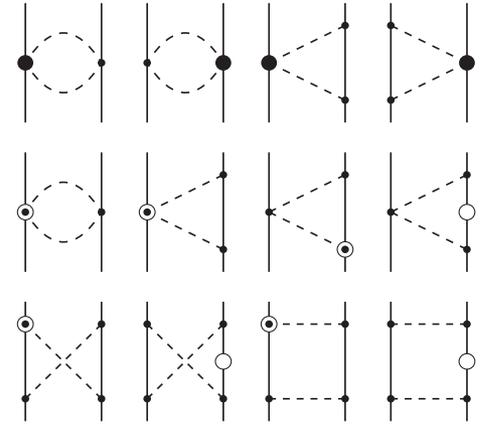
POUR RESUMER CETTE PARTIE:

**La complexité de la physique nucléaire théorique vient de la complexité du nucléon.
bien avant qu’entre en jeu celle inhérente au problème à N-corps : c’est déjà vrai pour A=2!**

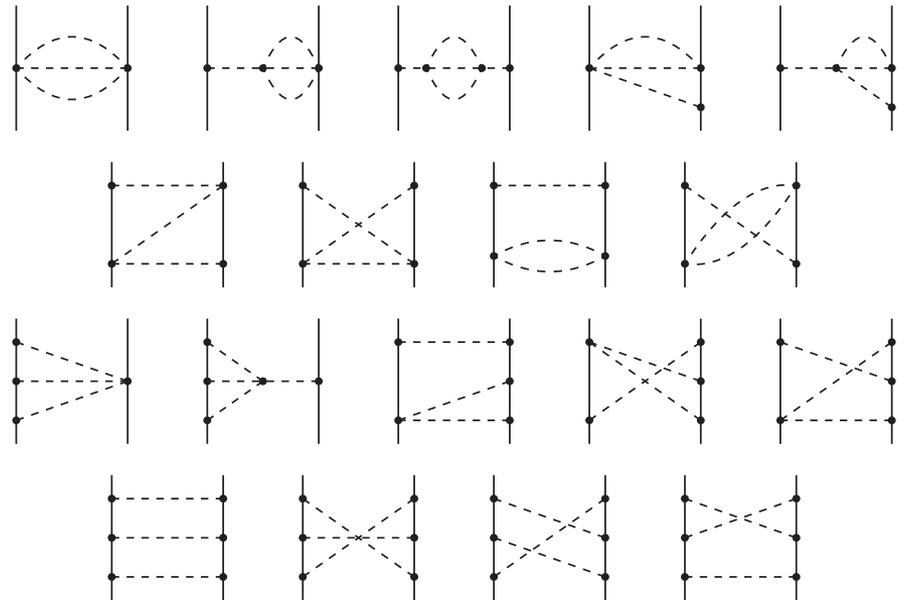
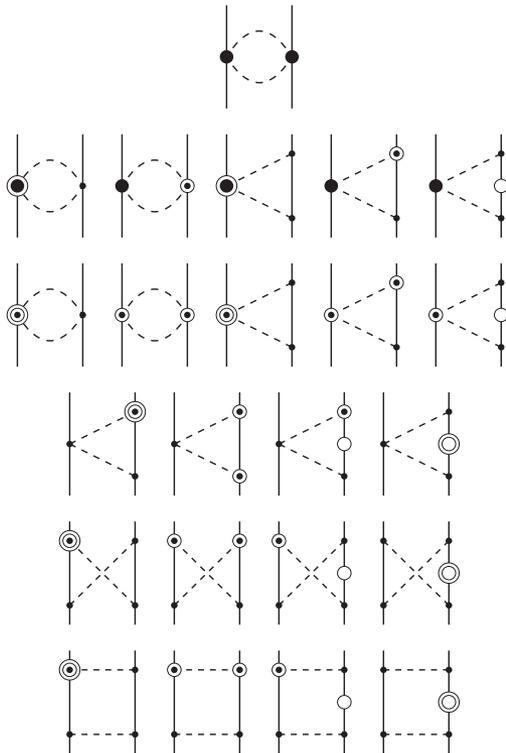
NLO
 $(Q/\Lambda_\chi)^2$



NNLO
 $(Q/\Lambda_\chi)^3$



N³LO
 $(Q/\Lambda_\chi)^4$



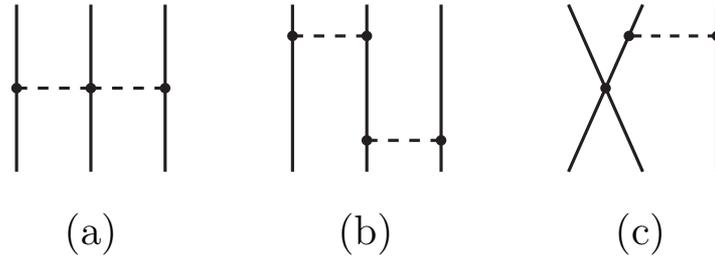


Figure 17: Three-nucleon force diagrams at NLO. Notation as in Fig. 1.

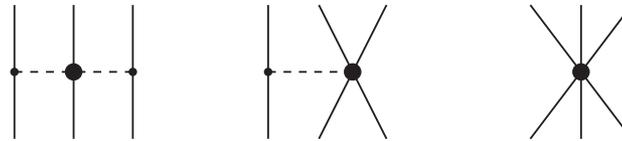


Figure 18: The three-nucleon force at NNLO. From left to right: 2PE, 1PE, and contact diagrams. Notation as in Fig. 1.

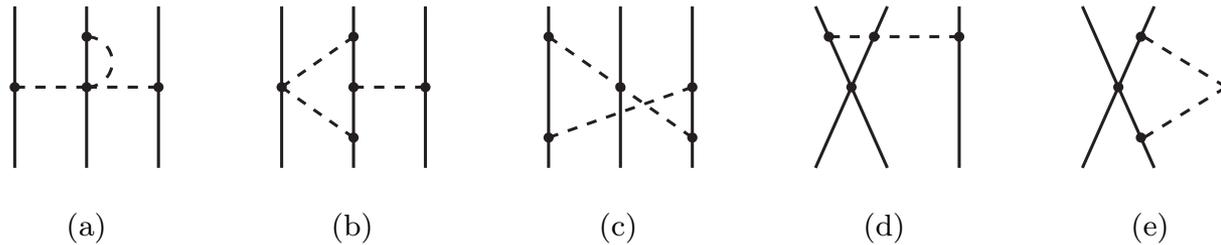


Figure 19: Leading one-loop 3NF diagrams at $N^3\text{LO}$. We show one representative example for each of five topologies, which are: (a) 2PE, (b) 1PE-2PE, (c) ring, (d) contact-1PE, (e) contact-2PE. Notation as in Fig. 1.

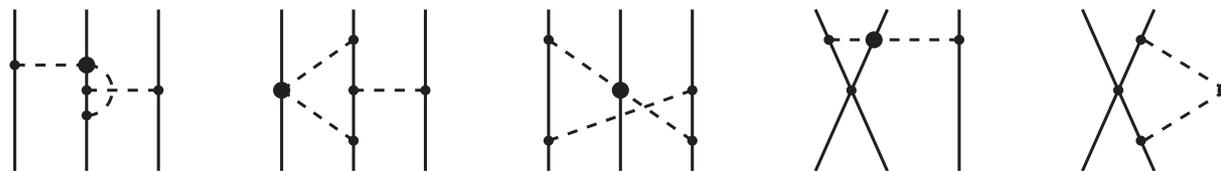


Figure 20: Sub-leading one-loop 3NF diagrams which appear at $N^4\text{LO}$. Notation as in Fig. 1.

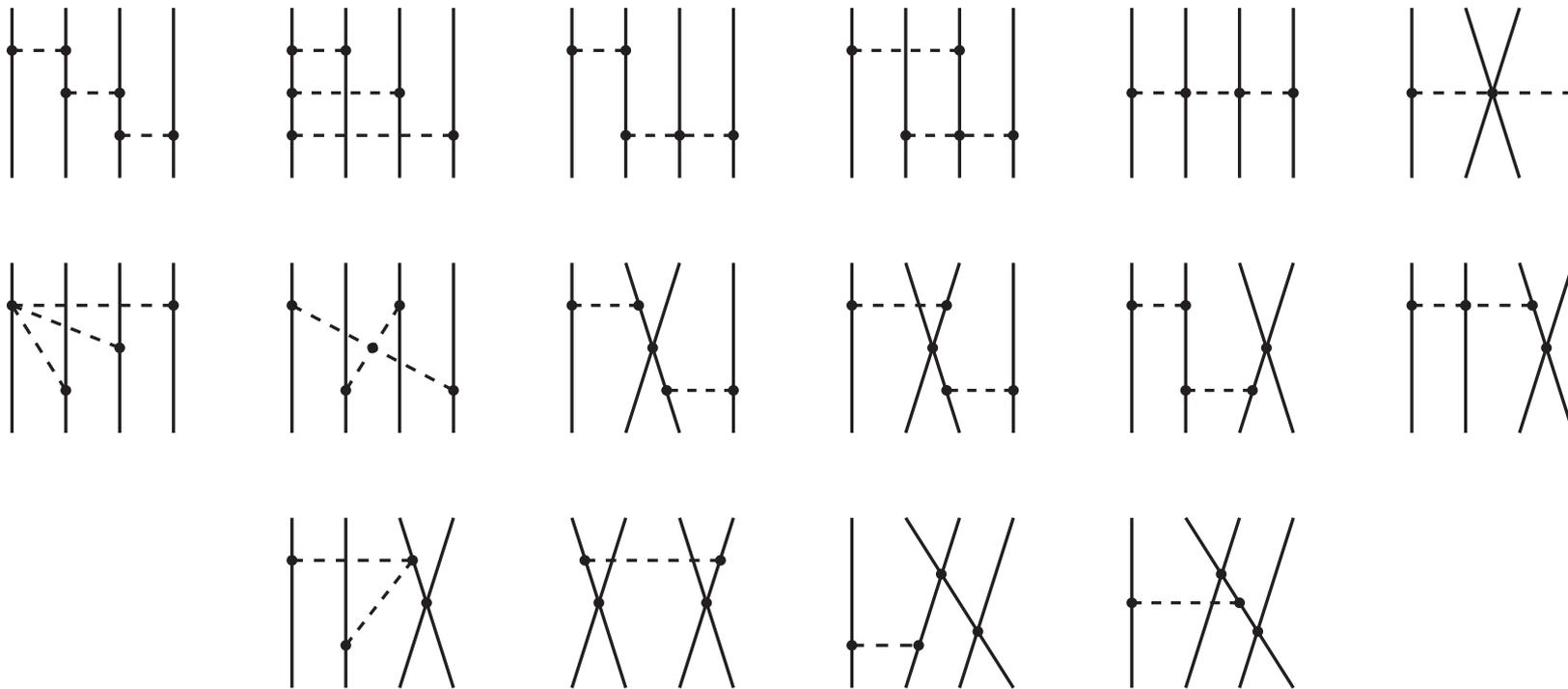


Figure 22: Leading four-nucleon force at N³LO.

A-t-on perdu la tête ?

Malgré ses succès incontestables (cf. V. Kolk)

des efforts titanesques (V. Somà)

et d'avoir enlevé (presque) tous les mésons du noyau ...

la description "ab-initio" de la Physique Nucléaire en termes de nucléons et mésons continue à souffrir de l' "**effet Sisyphe** "

Il se manifeste surtout dans le spectre des noyaux "un peu lourds » (états excités), les rayons, ainsi que dans les observables de polarisation (A_y) ou des réactions (break-up)

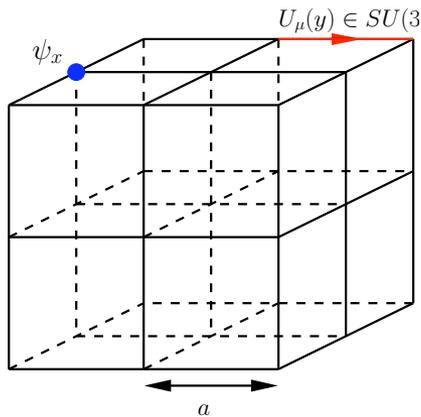


II. LQCD: Physique nucléaire (et hadronique!) avec un paramètre

On sait résoudre QCD dans son régime non perturbatif

- sur un réseau d'espace-temps muni d'une métrique euclidienne
- en utilisant le formalisme path integral de la QFT (Feynman)

C'est la LQCD:



Sur chaque « lien »
une matrice de $SU(3)$ (**gluons**)

$$U_\mu(x) \in SU(3)$$

Sur chaque site
 $3 \times 4 \times N_f$ complex « fields » (**quarks**)

$$q_f(x) = \begin{pmatrix} q_f^b(x) \\ q_f^r(x) \\ q_f^v(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

L	T	V
32	64	2 100 000
48	96	10 600 000
64	128	32 200 000
96	192	169 600 000

Pour tout ce qui concerne la physique nucléaire, seulement deux paramètres:

- “bare” quark mass $m = m_u = m_d$ (contrôle le “point physique” à travers de $m_{\text{PT}}^2 \approx Bm$)
- le paramètre β qui contrôle le “lattice spacing” $a = 0.10 - 0.05 \text{ fm}$

Puisque il faut toujours prendre la limite du continu, β disparaît: **IL RESTE m_q**

II. LQCD: Physique nucléaire et hadronique avec un paramètre

On ne peut pas tout calculer mais c'est OK pour

- Masses des états liés, ground and excited, (encore pbs avec resonances N^*)
- Déphasages Hadron-Hadron (au moins jusqu'aux seuils inélastiques)
- Fonctions de structure (FF + moments des pdfs et GPDs)

Pour les masses on a commencé avec les mésons (qq),

%

puis les baryons (qqq),

%

puis tetraquarks, pentaquarks, hexaquarks (H) ...

On en est maintenant à calculer des « vrais » noyaux ^2H (6q), ^3He (9q), ^4He (12q) avec le seul input m de QCD ... bien que encore un peu loin du « point physique »

Deux groupes sont pratiquement dédiés au calcul de Physique Nucléaire à partir de QCD (sur réseau)

HAL-QCD/PAC-CS** Kyoto-Osaka-Tsukuba-RIKEN- (Aoki, Ishi, Doi, Yamazaki...)

V_{NN} (très questionable), Masses, déphasages

NP-LQCD Seattle-Barcelona-JLab-MIT (Savage, Parreno, Orginos, Detmold,...)

Masses, dephasages, Moments magnetiques, reactions (np-dg)

La France est bêtement absente de tout cela...

Quelles sont les méthodes, les problèmes et les perspectives?

Comment fait-on pour calculer une masse en LQCD ?

Meson masses

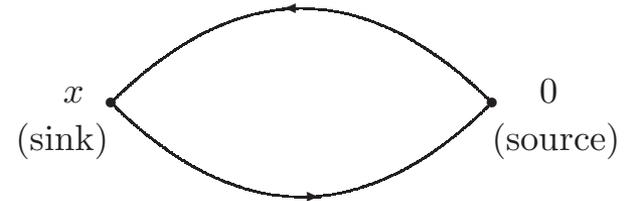
Consider space-time propagation of $\bar{q}q$

Compute correlator between currents J , i.e. the V.E.V.

$$C(t) = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | J(x) J^\dagger(0) | 0 \rangle$$

Simplest case $J(x) = \bar{u}(x)d(x)$

$$\begin{aligned} C(t) &= \sum_{\vec{x}} \langle 0 | \bar{u}(x)d(x)\bar{d}(0)u(0) | 0 \rangle \\ &= - \sum_{\vec{x}} \langle 0 | d(x)\bar{d}(0) | 0 \rangle \langle 0 | u(0)\bar{u}(x) | 0 \rangle \\ &= - \sum_{\vec{x}} \text{Tr} [S_d(x, 0) S_u(0, x)] \\ &= - \sum_{\vec{x}} \text{Tr} [S_d(x, 0) \gamma_5 S_u^\dagger(x, 0) \gamma_5] \end{aligned}$$

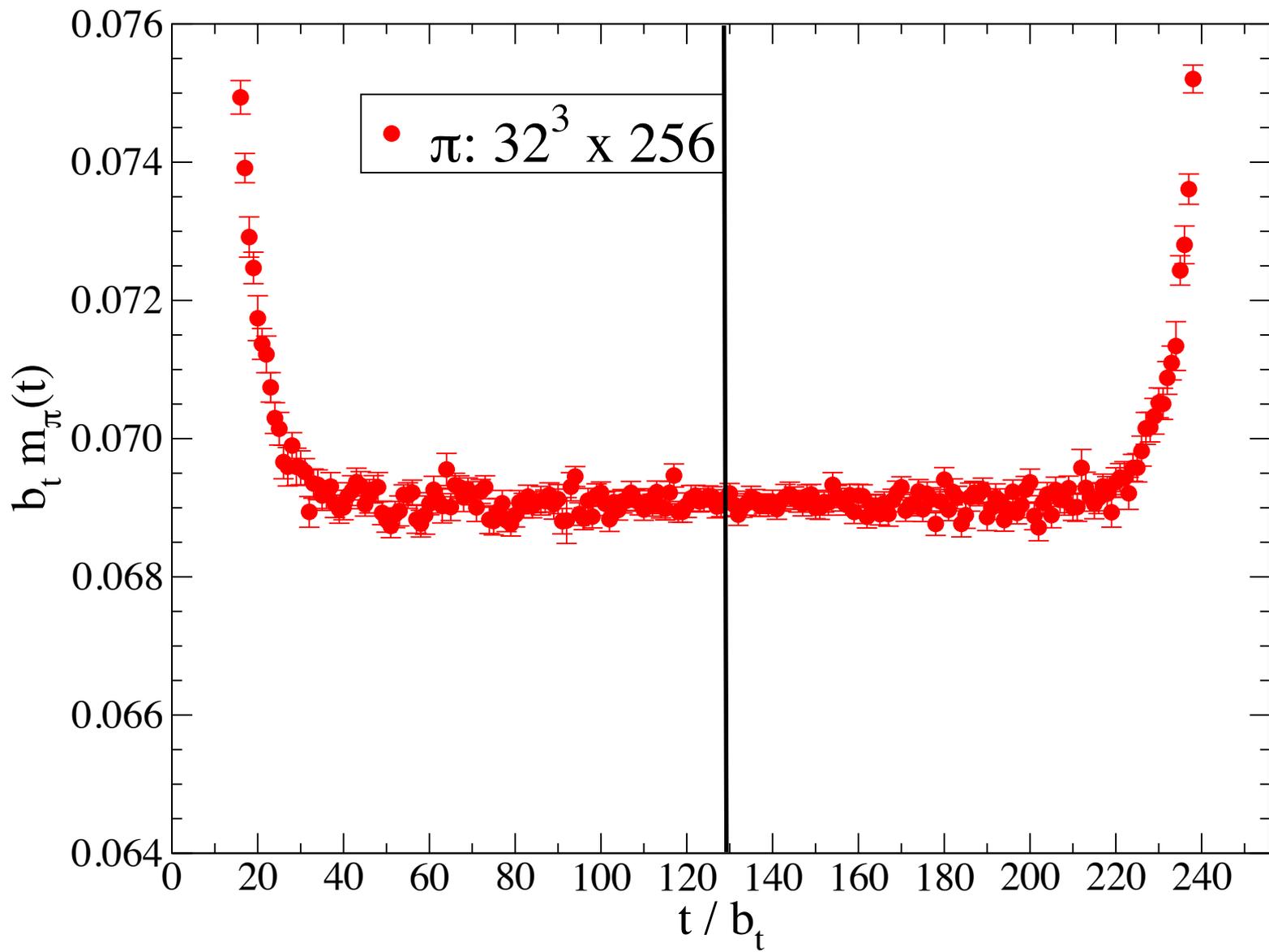


KEY POINT= correlators (VEV) expressed only in terms of quark propagators $S_q(x,0)$

On another hand $\langle 0 | O_1(t) O_2(0) | 0 \rangle = \sum_n \langle 0 | O_1 | n \rangle \langle n | O_2 | 0 \rangle e^{-E_n t} \sim e^{-E_0 t}$

This provides an efficient way to compute meson masses

$$aM_{eff}(t) = \log \frac{C(t)}{C(t+1)}$$



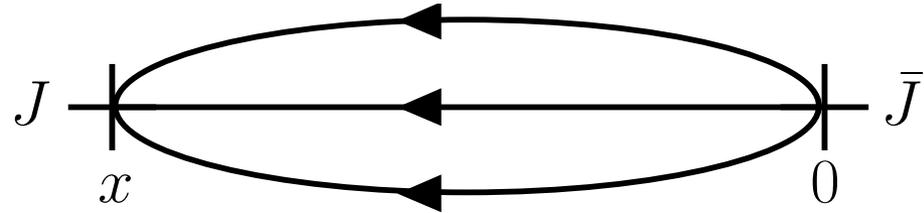
Baryon masses (N)

First step: "built " a N (in fact a $J^\pi=1/2^+$ state) by combining 3 q fields

Create N at $y=0$

Propagate N from $y \rightarrow x$

Annihilate N at x



$$N_a \equiv \bar{\epsilon}^{ijk} (u^i C \gamma_5 d^j) u_a^k$$

$$\bar{N}_a \equiv \epsilon^{ijk} (\bar{u}^i C \gamma_5 \bar{d}^j) \bar{u}_a^k$$

$$C_{\alpha\beta}(x, y) = \langle 0 | N_\alpha(x) \bar{N}_\beta(y) | 0 \rangle = \sum C_{\alpha\beta}^{abcd} \langle 0 | q_\alpha(x) q_a(x) q_b(x) \bar{q}_\beta(y) \bar{q}_c(y) \bar{q}_d(y) | 0 \rangle$$

It is a VEV of a product of 6 quark fields $q(x)$

Wick Th: sum of products of **q propagators** ("contractions")

$$S_{ss'}^{cc'}(x) = \langle 0 | q_s^c(x) \bar{q}_{s'}^{c'}(0) | 0 \rangle \quad D_{s's}^{c'c}(x, y) S_{ss''}^{cc''}(y) = \delta^{c'c''} \delta^{s's''} \delta(x)$$

N mass is extracted from matrix elements of this correlator 4x4 ($y=0$)

$$\text{Tr} [C_{\alpha\beta}(t)] = \text{Tr} \left[\sum_{\vec{x}} C_{\alpha\beta}(\vec{x}, t) \right] \sim e^{-aM_N t}$$

The method can be extended to (6A) q fields and access to A-baryon system

Calculations become quickly complicated

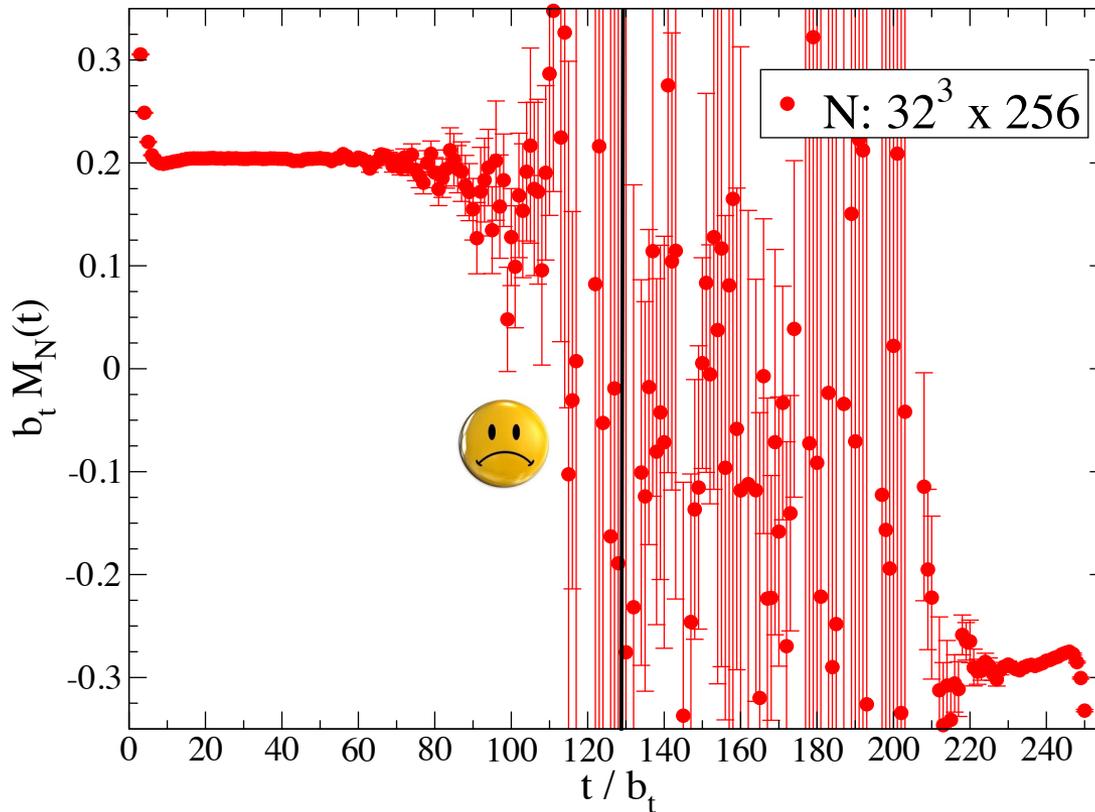
$$\chi^p(x) = \epsilon^{abc} [u^{Ta}(x) C \gamma_5 d^b(x)] u^c(x)$$

$$\Gamma^N = C \gamma_5$$

$$\chi^n(x) = \epsilon^{abc} [d^{Ta}(x) C \gamma_5 u^b(x)] d^c(x)$$

$$C = \gamma_0 \gamma_2$$

$$C_{ss'}^p(x) = -\epsilon^{abc} \epsilon^{a'b'c'} \left\{ -S_u^{cc'} [\Gamma^N S_d^{bb'} \tilde{\Gamma}^N]^T S_u^{aa'} + S_u^{ca'} \text{Tr}(S_u^{ac'} [\Gamma^N S_d^{bb'} \tilde{\Gamma}^N]^T) \right\}$$



$$\text{Signal to noise} \sim e^{-(M_N - 3\frac{1}{2}M_\pi)t}$$

The generalization to any A is straight forward ... although not so easy !

For a nucleus with A, made of 3Aq, one has to compute the VEV of 2x3xA quarks fields

$$C(t) = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | q_1(x)q_2(x) \dots q_{3A}(x) \bar{q}_1(0)\bar{q}_2(0) \dots \bar{q}_{3A}(0) | 0 \rangle \sim e^{-M_A t}$$

I. The number of Wick contraction grows exponentially $N_c \sim (A + Z)!(2A - Z)!$

II. The signal-to-noise ratio of correlators - perfect for mesons - starts degradating with A

- **Pion**

Signal

$$\langle C \rangle \sim e^{-m_\pi t}$$

Noise

$$\sigma^2 = \langle CC \rangle \sim e^{-2m_\pi t}$$

Signal to noise ~ 1

- **Nucleon**

Signal

$$\langle C \rangle \sim e^{-M_N t}$$

Noise (variance)

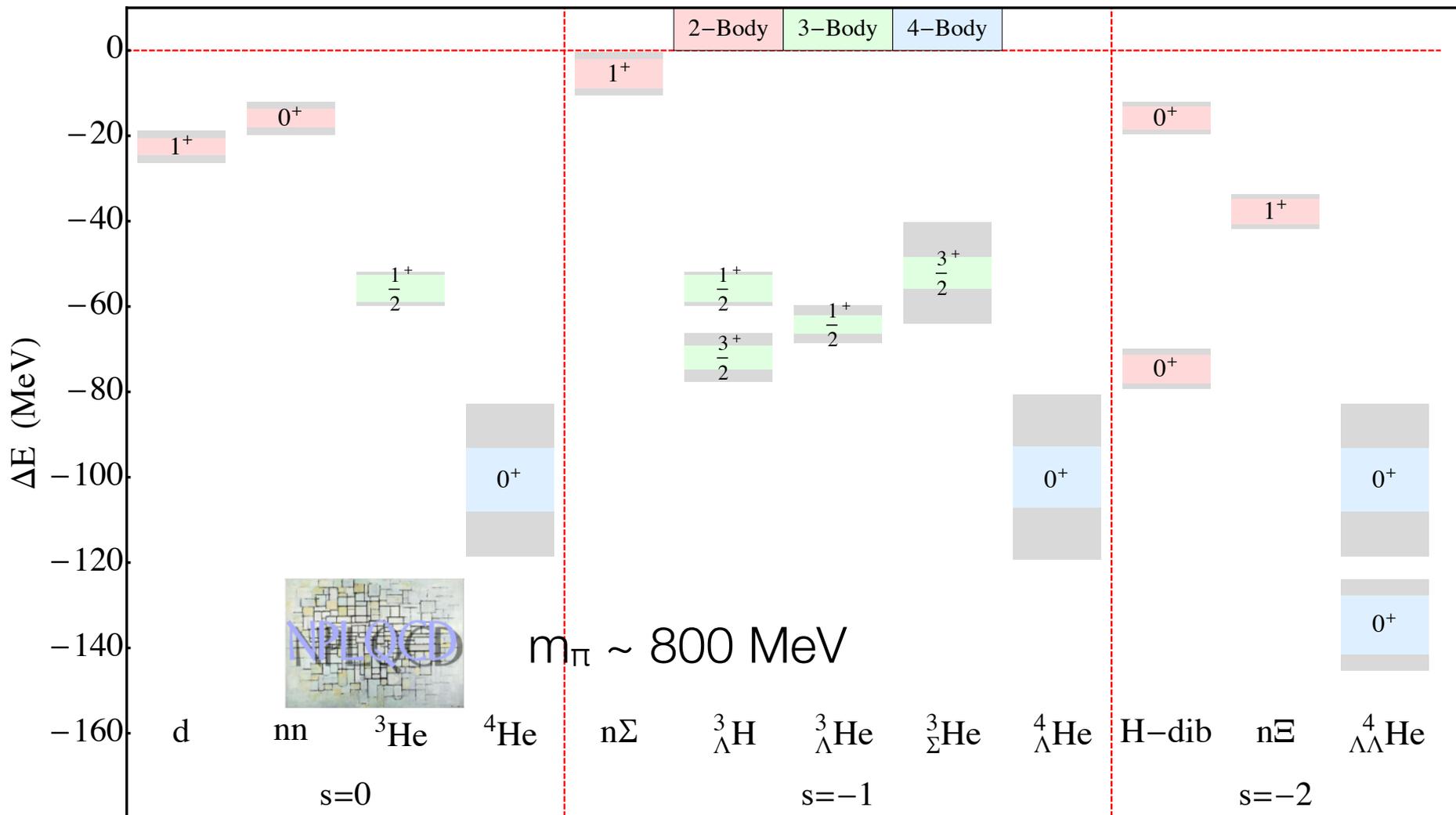
$$\sigma^2 = \langle CC^\dagger \rangle - |\langle C \rangle|^2$$

$$\sqrt{\langle CC^\dagger \rangle} \sim e^{-\frac{3}{2}m_\pi t}$$

Signal to noise $\sim e^{-(M_N - \frac{3}{2}M_\pi)t}$

Nucleus A

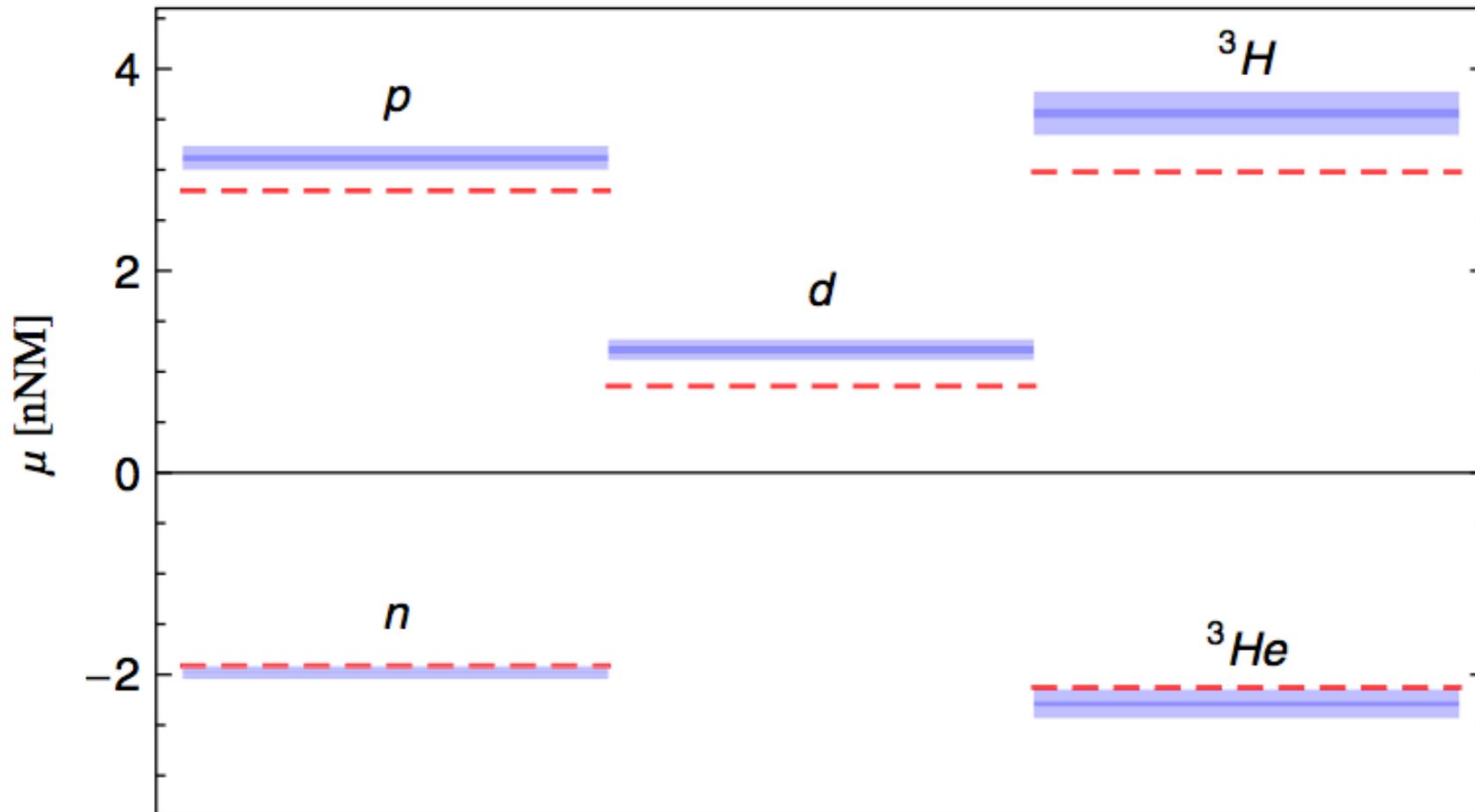
Signal to noise $\sim e^{-A(M_N - \frac{3}{2}M_\pi)t}$



From: M. Savage at INT Session « Nuclear Physics and LQCD) last month

Beane *et al*, Phys.Rev. D87 (2013) 3, 034506, Phys.Rev. C88 (2013) 2, 024003

Not only M, but also magnetic nuclear moments... out of nothing



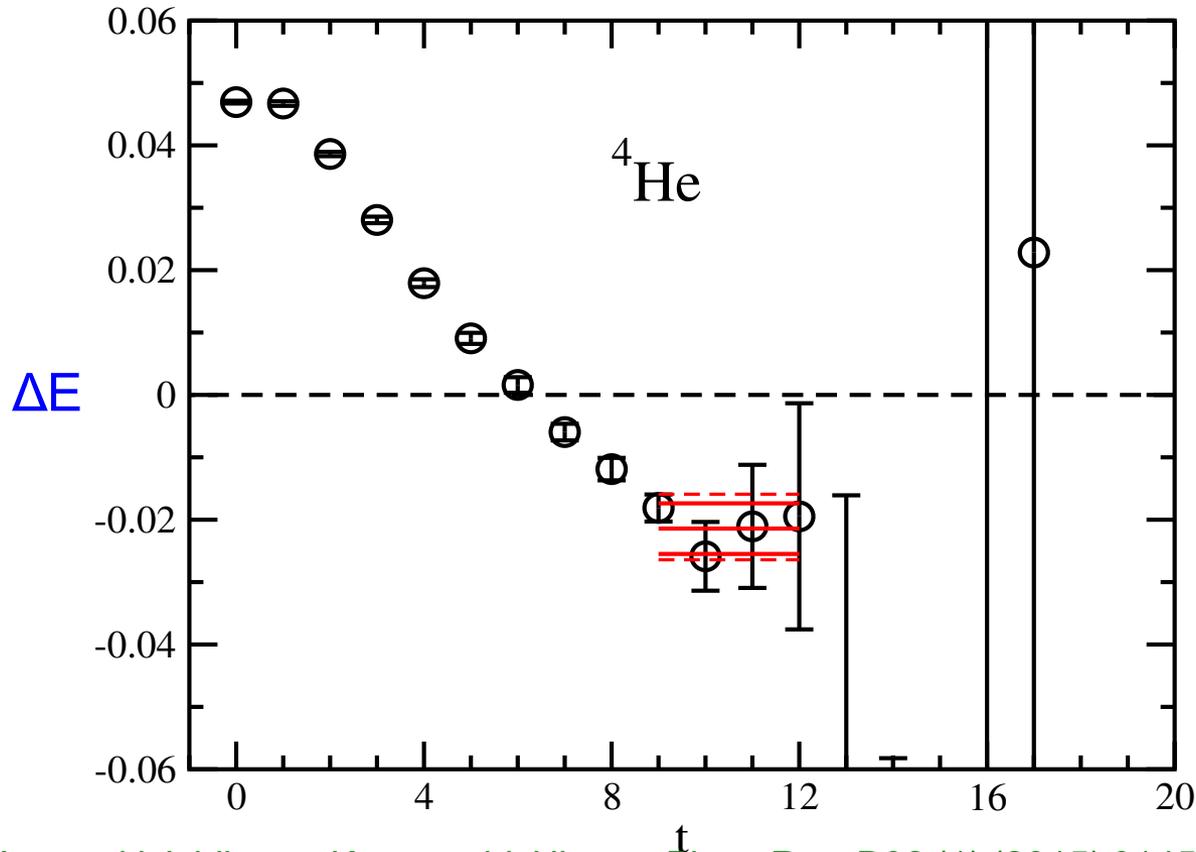
Beane, *et al.* (NPLQCD),
Phys.Rev. Lett.113, 2014.

$$m_{\pi} \sim 800 \text{ MeV}$$

Results from HAL-QCD/PACS-CS (Kyoto, Osaka, Tsukuba, Riken...)

Wilson-Clover $n_f=3$ $m_\pi=300$ MeV

Effective binding energy $\Delta E = E_A - A M_N$ at $L=4.3$ and 5.8 fm (dimensionless $a\Delta E$)



$$C_A(t) \sim e^{-M_A(t)}$$

$$C_N(t) \sim e^{-M_N(t)}$$

$$R(t) = \frac{C_A(t)}{[C_N(t)]^A}$$

$$\Delta E(t) = \log \frac{C(t)}{C(t+1)}$$

Yamazaki, Ishikawa, Kuramashi, Ukawa, Phys. Rev. D92 (1) (2015) 014501

A bit noisy but unambiguous result !

Extrapolation at infinite volume gives:

L	${}^4\text{He}$		${}^3\text{He}$	
	$-\Delta E_L$ [MeV]	Fit range	$-\Delta E_L$ [MeV]	Fit range
48	$46(13)_{-11}^{+55}$	9–12	$18.7(1.9)_{-3.1}^{+15}$	8–12
64	$47(9)_{-8}^{+6}$	9–12	$23.7(1.6)_{-2.5}^{+13}$	9–12
∞	$47(7)_{-11}^{+20}$...	$21.7(1.2)_{-1.6}^{+13}$...

$B=47$ MeV is not yet $B=28.3$ MeV (thought compatible between errors !)

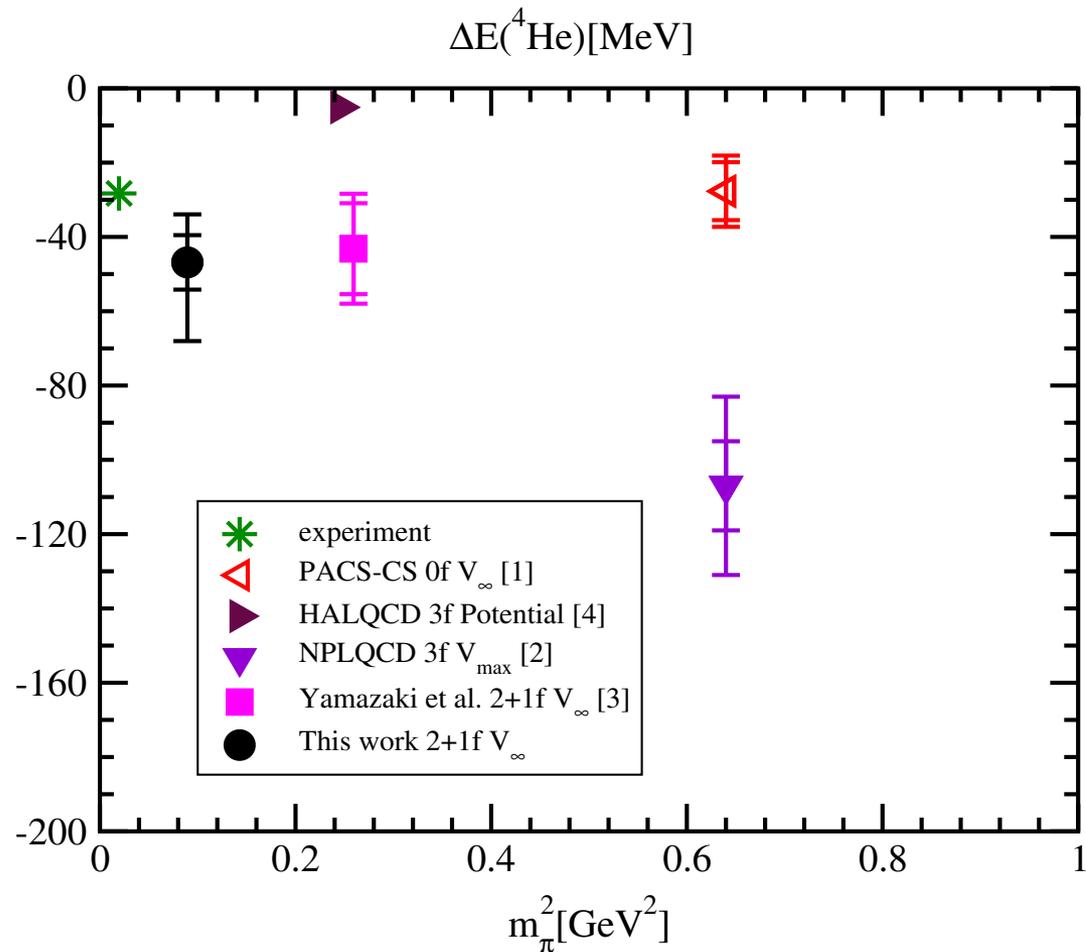
It should not be, because $m_\pi=300$ MeV is not yet the « physical point »

Stil, this is a great, very great!, achievement

**It is the first time since Yukawa, that Nuclear Physics recovers
- conceptually and in practice – the simplicity of atomic physics
... apart from some « technical » aspects of LQCD !**

**And this for the most difficult theoretical problem : the QFT solution of a
Strong Interacting system**

For many great physicists it would have been just unbelievable 30 years ago !



[3] Same method and authors with $m_\pi=510$ MeV

[1] Same method and authors (PACS-CS) with $m_\pi=800$ MeV but quenched ($n_f=0$)

[4] Same confs but through « potential » (HAL QCD) : out !

[2] NPLQCD (Beane et al, PRD87 (2013)034506) $m_\pi=800$ MeV $n_f=3$

Not yet agreement between independent groups (impossible with [2])

Smooth m_π -dependence not well understood

CONCLUSION

Dans les dernies 20 ans la physique Nucléaire « ab initio » a été totalement ré-écrite et est en train de vivre une deuxième « âge d'or ».

L'origine de cette « renaissance » est double

I. La formulation par S. Weinberg et collaborateurs (U. Van Kolck,...) des interactions nucléaires en termes d'une somme de « lagrangiens effectifs » qui gardent certaines symétries de QCD (**EFT**) et qui correspondent à des degrés d'approximation successifs dans un certain schéma (« power counting »).

Les degrés de liberte effectifs sont des nucléons et des pions non relativistes interagissant « à la Yukawa » ou par des termes de contact.

Le reste des « mésons traditionnels » ont disparu explicitement de cette description
Ce schéma permet d'obtenir les interaction a 2, 3 et plusieurs corps de façon systématique.
A l'ordre N3LO les potentiels ont la même complexité que les « anciens » (30-40 paramètres)

II. Le développemnt des techniques de calcul « exact » permettant d'atteindre pour les états liés des noyaux $A=12-16$.

III. La « découverte » de l'incroyable complexité du noyau par d'autres communautés, autrefois négligeantes (voir même hostiles), grâce aux calcul sur réseau (**LQCD**)

Que peut-on attendre de la LQCD ?

La LQCD a commencé à fournir des résultats de Physique Nucléaire à partir de QCD
En pratique ces résultats dépendent d'un seul paramètre (m_q)

Plusieurs équipes ont déjà atteint le « point physique » ($m_\pi=140$ MeV), même en dessous
Les groupes qui calculent des noyaux (HALQCD/PACS CS au Japon, NPLQCD aux US)
ont les moyens humains et de calcul nécessaires.

Les contractions de Wick ont été automatisées (calcul formel)

La seule limitation pourrait venir de la qualité du signal/bruit des corrélateurs $C(t)$.

Dans les 4-5 années à venir on peut s'attendre à:

- **Noyaux légers** ($A=2,3,4,\dots$ guère plus): **M, μ , σ , FF** (?)

Même si, sauf nouvelle astuce, avec une précision sur B pas très grande (30% pour 4He)

- **Déphasages Hadron-Hadron**: NN (pas intéressant) mais NY, YY, ... (seul moyen d'accès

- Les V_{NN} obtenus à partir de QCD ne sont pas très crédibles, surtout avec la précision requise,
mais ils doivent pouvoir mettre en évidence « l'échange du pion » ... ou pas du tout !

* Pour l'instant aucun des V_{NN} retrouve un Yukawa !!!

** D'autres systèmes ($\Omega\Omega$) ont une forte attraction pas comprise en termes « d'échange »

Que changera pour la physique nucléaire théorique ?

Nous devons apprendre une certaine modestie : la physique sous jacente – lorsqu'elle est décrite exactement - est en fait très simple !

Pour les « vrais noyaux » (Ca, Pb, U...) l'« approche potentiel » restera incontournable