

Atomic nuclei and the emergence of statistical physics

Francesca Gulminelli - LPC Caen, France



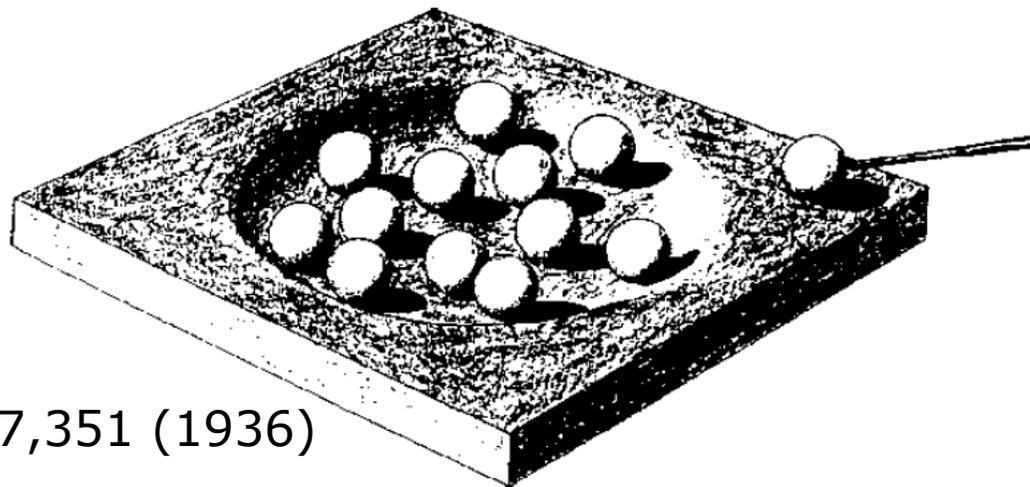
Journées SFP-BTPN

« les grandes questions en physique nucléaire fondamentale »

Paris, 21-22 june 2016

Dichotomie SM-CN

- En 1936, N.Bohr formule la toute première théorie en physique nucléaire: l'existence de résonances étroites et faiblement espacées n'est pas compatible avec la notion de particules indépendantes
- En 1949, M.Mayer et J.Jensen introduisent le modèle en couches



N.Bohr, Nature 137,351 (1936)

Dichotomie SM-CN

Shell Model

- système déterministe, hamiltonien, réversibilité
- mvt intégrable



Compound Nucleus

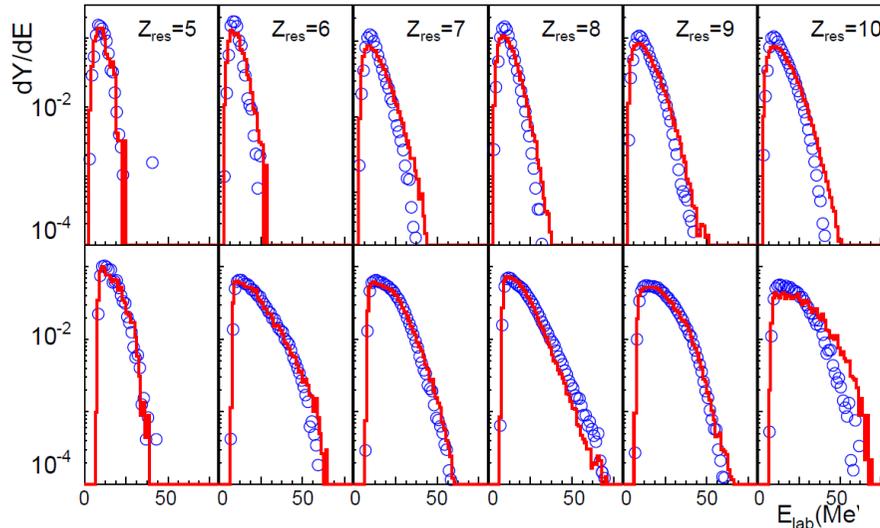
- Système thermique, dissipation, irréversibilité
- mvt chaotique

- Peut-on appliquer la méca stat au dehors du macro?
A partir de quel nombre de d.o.f. ?
=>Quelle signification T, S, \dots pour un système fini quantique et isolé?
=>Quelle origine micro? D'où vient l'équilibre dans un monde régi par la micro-réversibilité?



30 years of thermal nuclear data

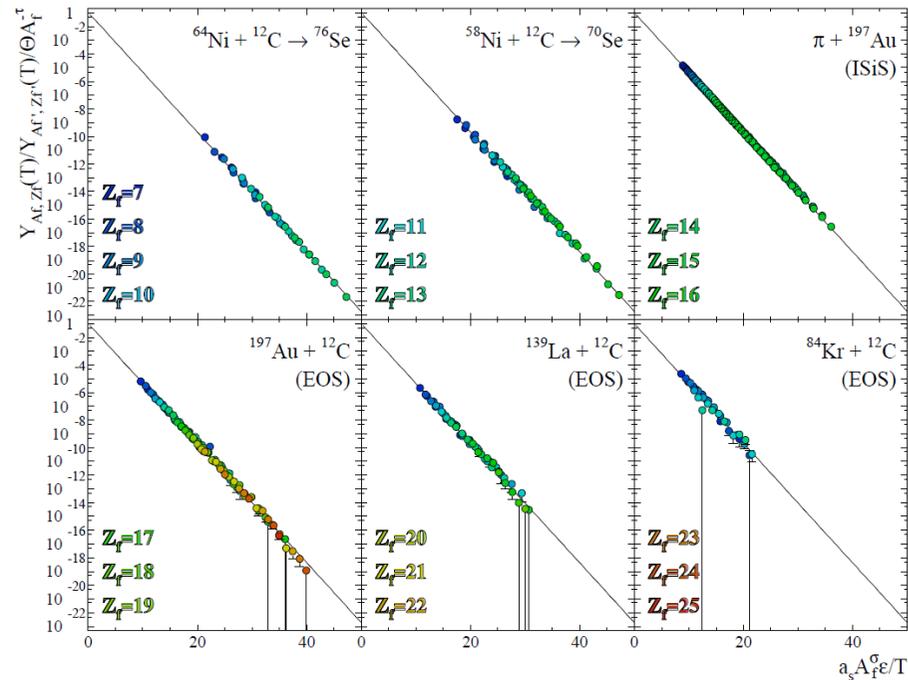
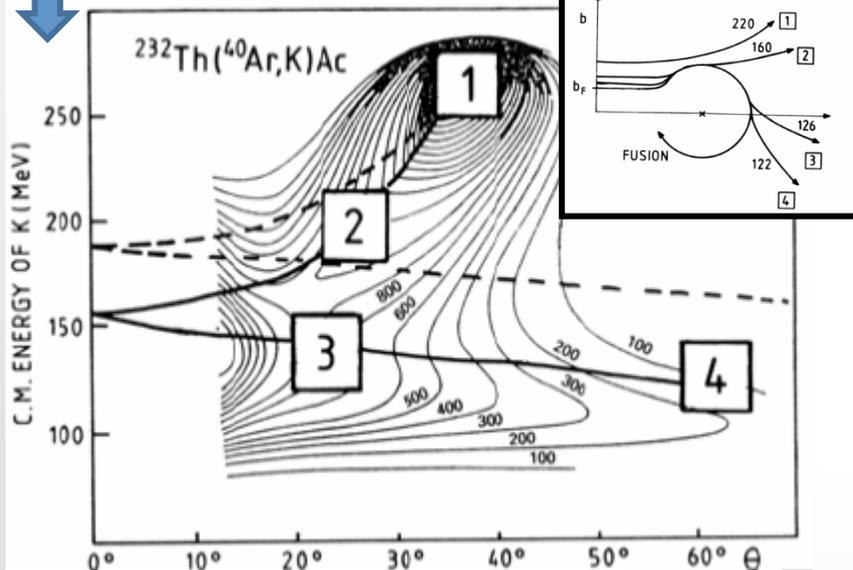
..... really looks like equilibrium



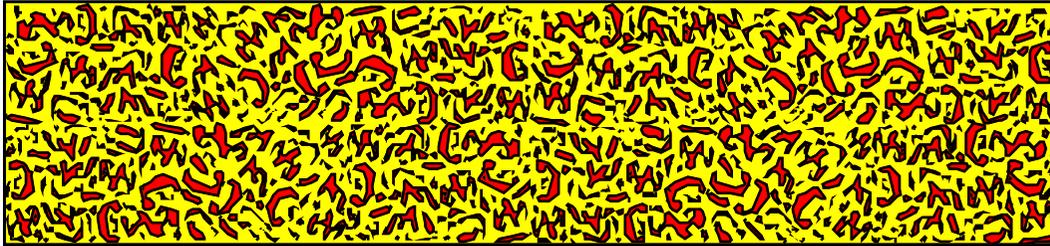
Thermal spectra:
GARFIELD data

Arrehnus plots:
LBNL+EOS+ISIS data

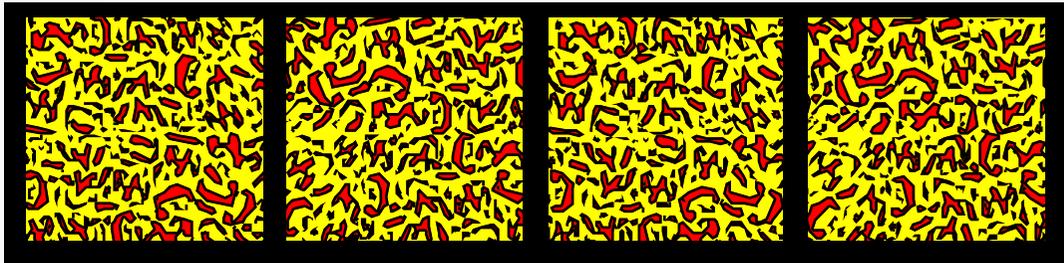
WilczynskiPlot



Physique statistique: la physique des ensembles



- Un système infini: = ensemble de sous-systèmes ∞

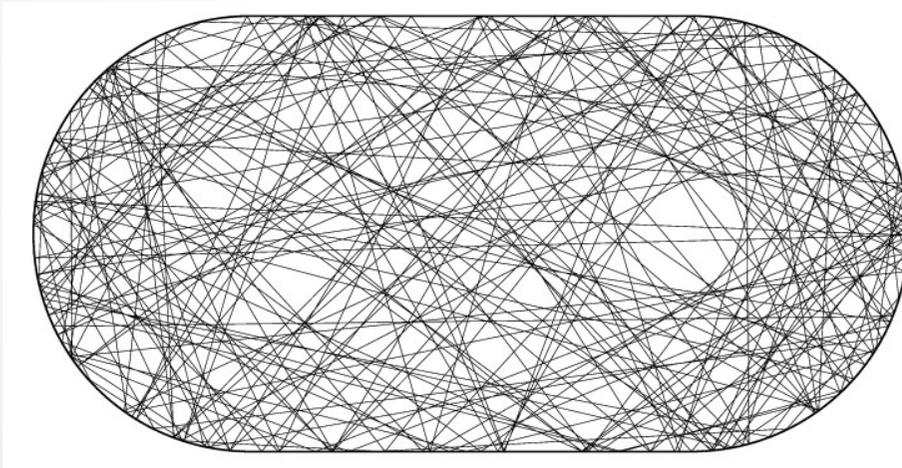


Mais nous ne sommes certainement pas à la limite
thermodynamique

Physique statistique: la physique des ensembles

- Un système fini confiné: dynamique ergodique

Stade de Bunimovich



$$\int_0^T dt A(w(t)) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \int dw A(w)$$
A diagram illustrating the ergodic hypothesis. It shows four snapshots of a red trajectory within a yellow stadium, arranged in a square pattern. Blue arrows indicate a clockwise sequence from the top-left to the top-right, then to the bottom-right, then to the bottom-left, and finally back to the top-left. The snapshots show the trajectory exploring different parts of the stadium's area, demonstrating its ergodic behavior.

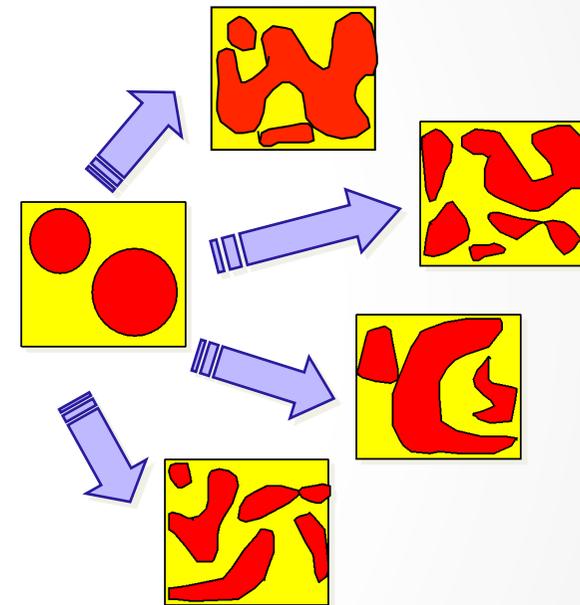
Mais cela nécessite de durées de vie incompatibles
avec les réactions nucléaires

Physique statistique: la physique des ensembles

● Un système « complexe »: chaos dans l'interaction

- $D = \sum_{K \uparrow} C \downarrow K | \Phi \downarrow K \rangle$
- $I = - \sum_{K \uparrow} | C \downarrow K |^2 \ln | C \downarrow K |^2$

La complexité est reliée à l'importance de l'interaction résiduelle => du mélange des configurations



« The Hamiltonian governing the behavior of a complicated system is a random symmetric matrix with no particular property except its symmetric nature » (Wigner, 1959)

Exemples

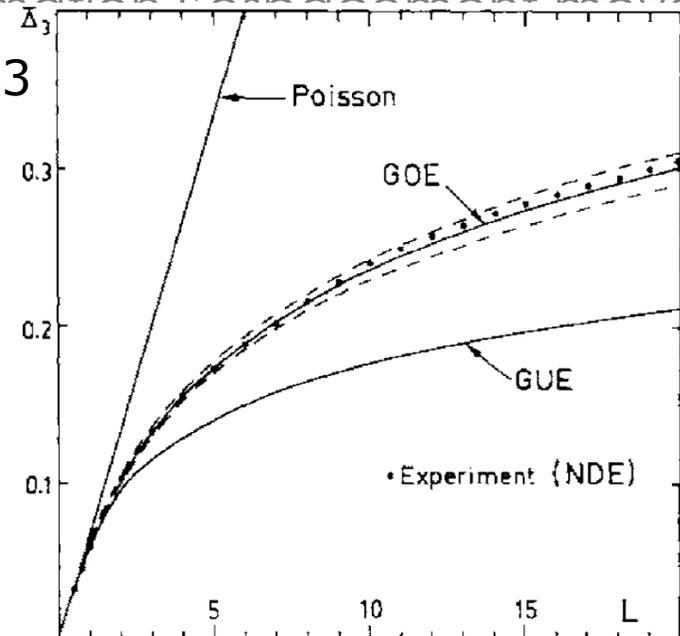
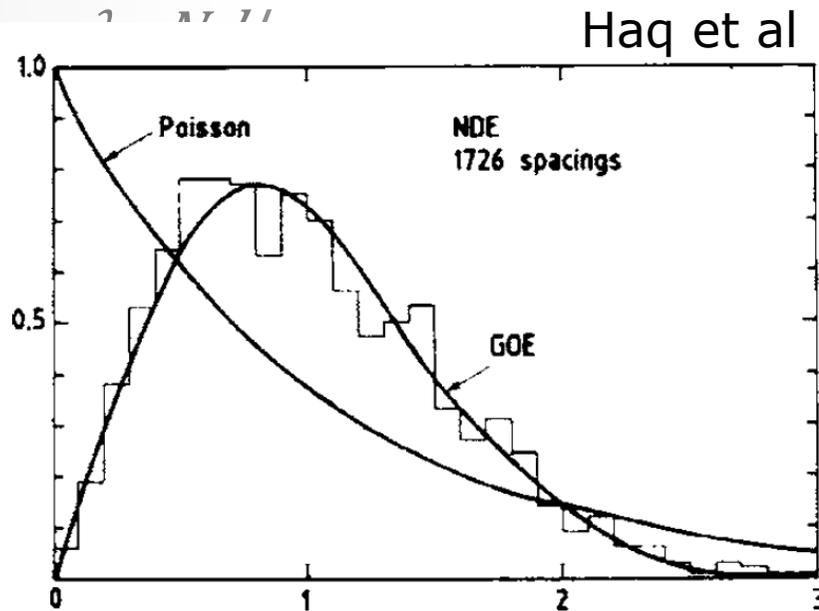
- Structure (observables statiques):
 - Densité de niveaux
 - Masses et spins nucléaires
- Réactions (observables dynamiques):
 - Le noyau composé (régime d'Ericson)
 - Les réactions résonnantes
 - La multifragmentation

Densités de niveaux

- Wigner Random Matrix Theory: $H_{\mu\nu}$ réels et symétriques + invariance sous transformations orthogonales => **GOE**

$\langle H_{\mu\nu} H_{\rho\sigma} \rangle = \lambda^2 / N (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} + \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho})$ $P(s) = \pi/2 s e^{-\pi/4 s^2}$

- Définition du chaos quantique: la distribution des valeurs propres suit la distribution du GOE
- Elle contient comme seule information l'espacement moyen



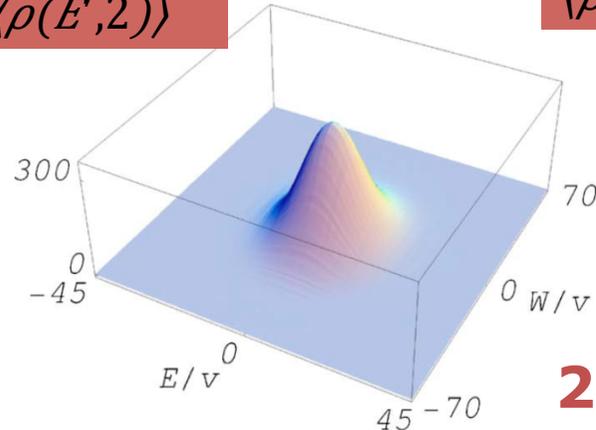
Etats fondamentaux: TBRE

- Les éléments de matrice de l'interaction résiduelle dans la couche sd suivent GOE ! **V.Zelevinsky** (1996)
- **Two-Body Random Ensemble**: générique GOE du modèle en couches avec symétrie (J^π, T) **C.W. Johnson, G.F. Bertsch, D.J. Dean** (1998)
- Hypothèse: $H = \sum_i \epsilon_i a^\dagger a + \sum_{ij} v_{ij} a^\dagger a$ avec v_{ij} chaotique et $|v_{ij}| \ll \text{shell spacing} \Rightarrow$ coexistence dynamique régulière-dynamique chaotique **H.A.WeidenMuller** (2007), **P.Leboeuf** (2006)

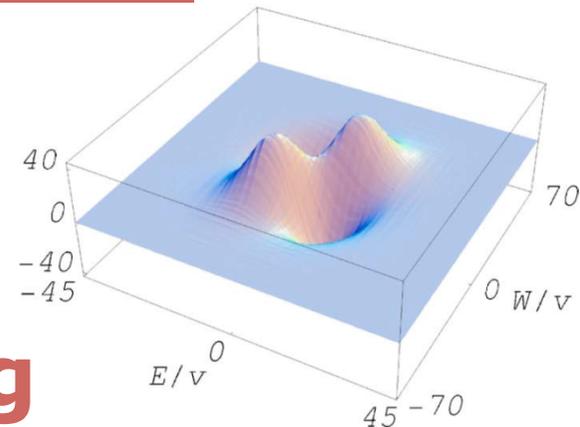
Les structures du chaos

- TBRE: matrices sparses! Mais assez d'éléments hors diagonaux pour préserver le chaos
- Les symétries du TRBE n'influencent que marginalement la statistique spectrale, mais induisent des corrélations dans $\rho(E,J)$

$$\langle \rho(E,0) \rangle \langle \rho(E',2) \rangle$$



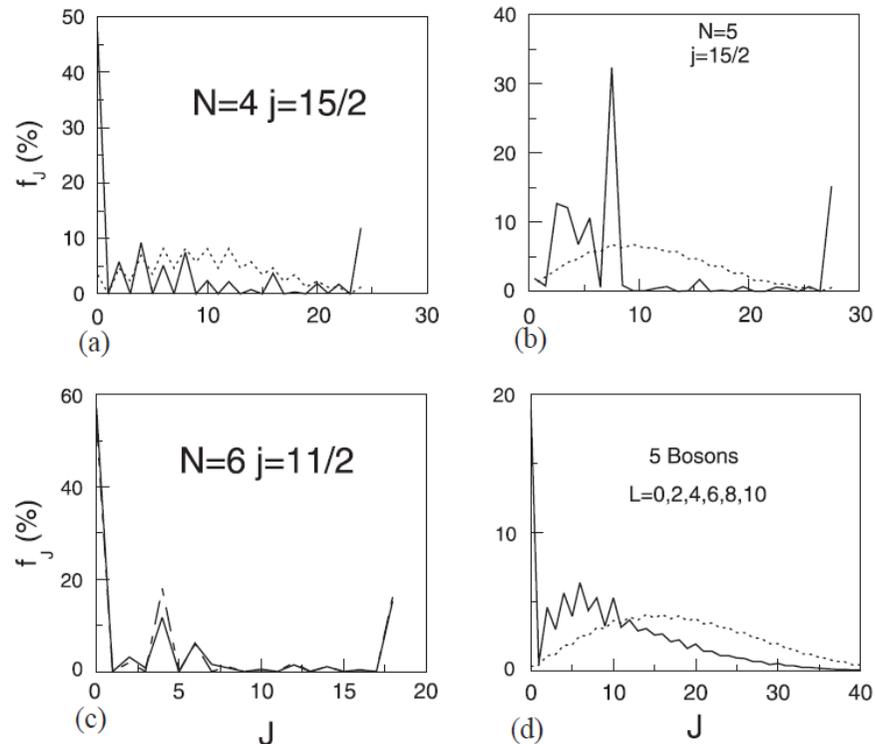
$$\langle \rho(E,0) \rho(E',2) \rangle$$



^{24}Mg

Les structures du chaos

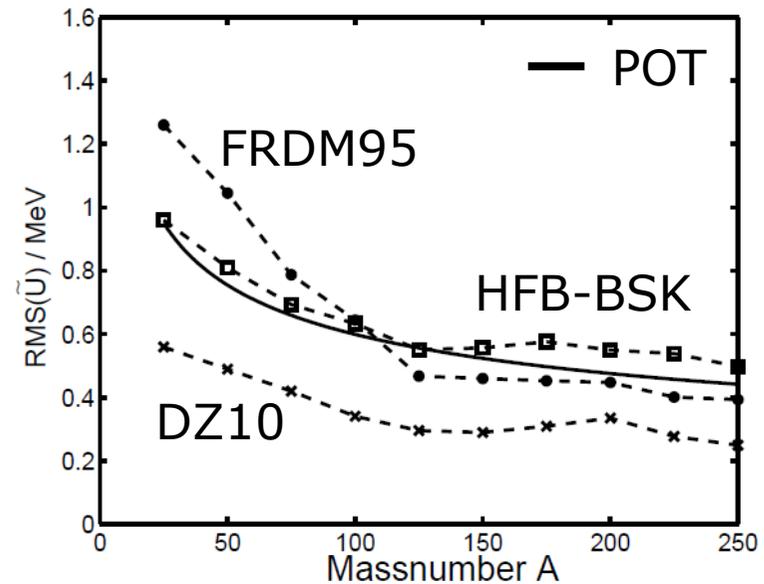
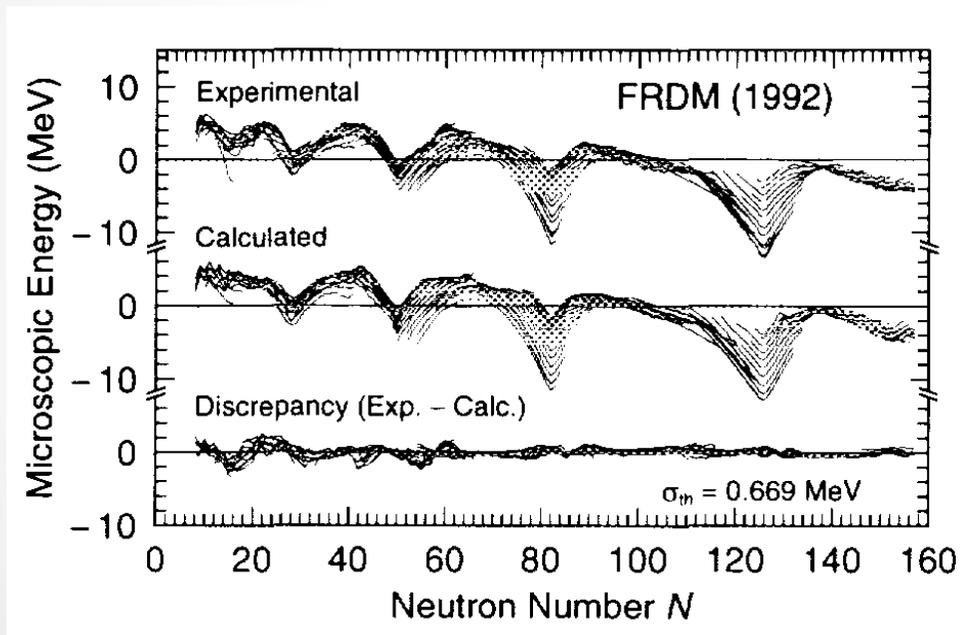
- Distributions of ground state spins in the TBRE shell model.
- Dotted lines: statistical distribution of multiplicities
- Dashed line: no pairing, $V_0 = 0$.



V.Zelevinsky A.Volya Phys.Rep. (2004)

$\Rightarrow J_{GS}=0$ pour les pair-pair
avec des interactions résiduelles aléatoires

Les structures du chaos



P.Leboeuf et al 2006

⇒ Couches nucléaires avec un modèle de chaos quantique (POT) pour la partie fluctuante de l'énergie

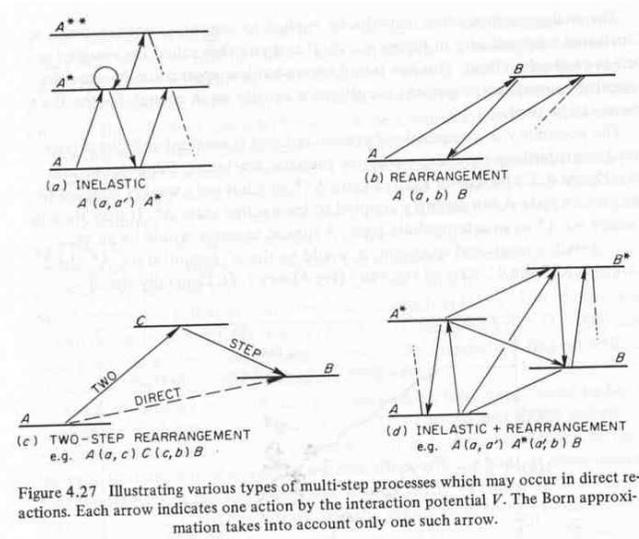
Exemples

- Structure (observables statiques):
 - Densité de niveaux
 - Masses et spins nucléaires
- Réactions (observables dynamiques):
 - Le noyau composé (régime d'Ericson)
 - Les réactions résonnantes
 - La multifragmentation

De DWBA au CN

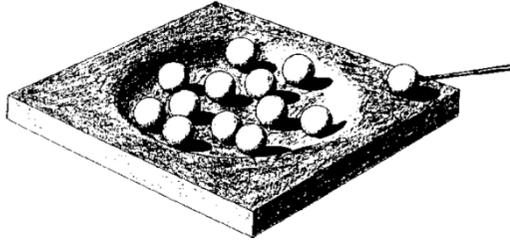
$$f_{DWBA}^{\alpha \rightarrow \beta}(\theta, \phi) = -\frac{1}{4\pi} \int d\mathbf{r}_\alpha d\mathbf{r}_\beta \chi_\beta^{(-)*}(\mathbf{k}_\beta, \mathbf{r}_\beta) \langle \beta | \hat{V} | \alpha \rangle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{r}_\alpha)$$

- Multi-step reactions:



$$\sigma_{\alpha\beta} \propto \langle \alpha | \hat{V} | \gamma \rangle \langle \gamma | \hat{V} | \gamma' \rangle \langle \gamma' | \hat{V} | \gamma'' \rangle \dots \langle \gamma^{(n)} | \hat{V} | \beta \rangle$$

Dépend de α, β seulement par l'intermédiaire des lois de conservation (E, J, π)
 Ne dépend pas des éléments de matrices individuels, mais seulement du nombre de canaux ouverts



Hauser-Feshbach



$$\sigma_{\alpha\beta}^{HF} = \sigma_{\alpha}^C(E, J) \frac{\Gamma_{\beta}}{\Gamma} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} g_{\alpha} \frac{T_{\alpha} T_{\beta}}{\sum_{\gamma} T_{\gamma}}$$

$$T_{\alpha} = 1 - |\langle S_{\alpha\alpha} \rangle|^2$$

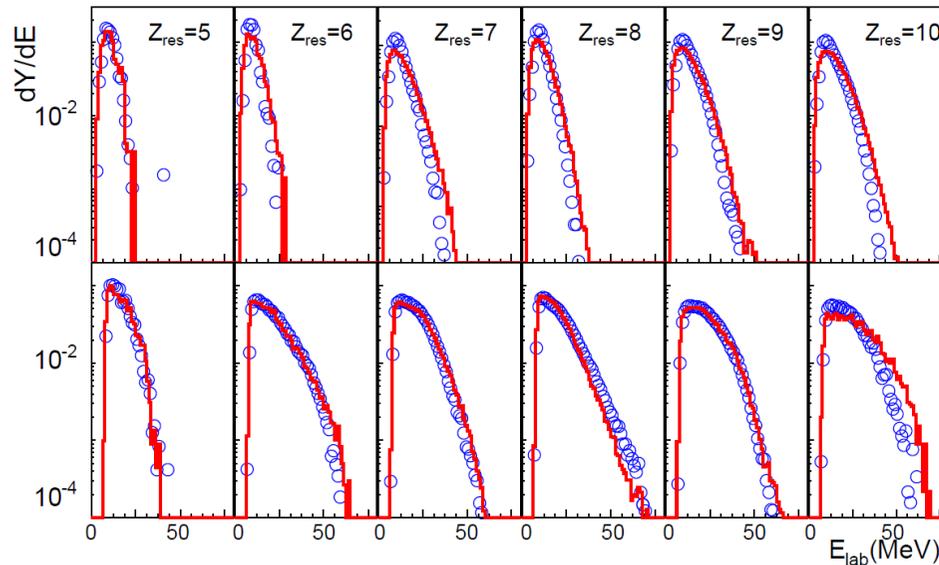
$$\sigma_{\alpha\alpha}^{el} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} g_{\alpha} |1 - \langle S_{\alpha\alpha} \rangle|^2$$

=> La σ de noyau composé dépend seulement de la σ élastique (OM) et de la densité de niveaux => approche statistique

- Hypothèse d'indépendance de Bohr
- Hauser Feshbach
- Coefficient de transmission
- Section efficace élastique (modèle optique)

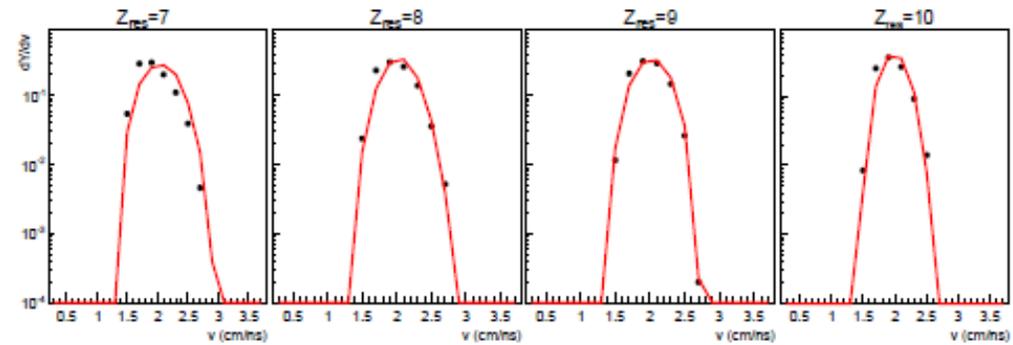
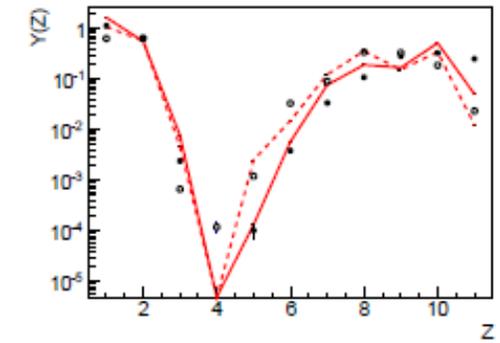
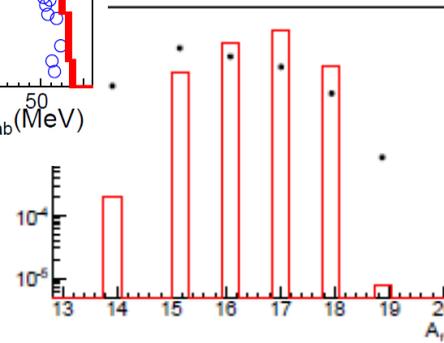
Hauser-Feshbach

L. Morelli 2015



$^{14}\text{N} + ^{10}\text{B}$ 80 MeV

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 95 MeV



G. Baiocco 2013

Au-delà de Hauser-Feshbach

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} g_\alpha \left| \delta_{\alpha\beta} - S_{\alpha\beta} \right|^2$$

$$S_{\alpha\beta} = \langle S_{\alpha\beta} \rangle + \delta S_{\alpha\beta}$$

$$(E - \hat{H}_{PP})\psi_\alpha^{(+)} = 0$$

$$(E_\mu - \hat{H}_{QQ})\Psi_\mu = 0$$

$$\langle \mu | \hat{H}_{QQ} | \sigma \rangle = H_{\mu\sigma}^{GOE}$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^{CN} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} g_\alpha \left\langle \left| \delta S_{\alpha\beta} \right|^2 \right\rangle = \sigma_{\alpha\beta}^{HF} W_{\alpha\beta}$$

- Matrice S

- Average (function of T) and fluctuating part

- Scattering wave

- Eigenstate (resonance) in the CN

$H \downarrow PP = P H P$ ($H \downarrow QQ$) projector over open channels (CN states)

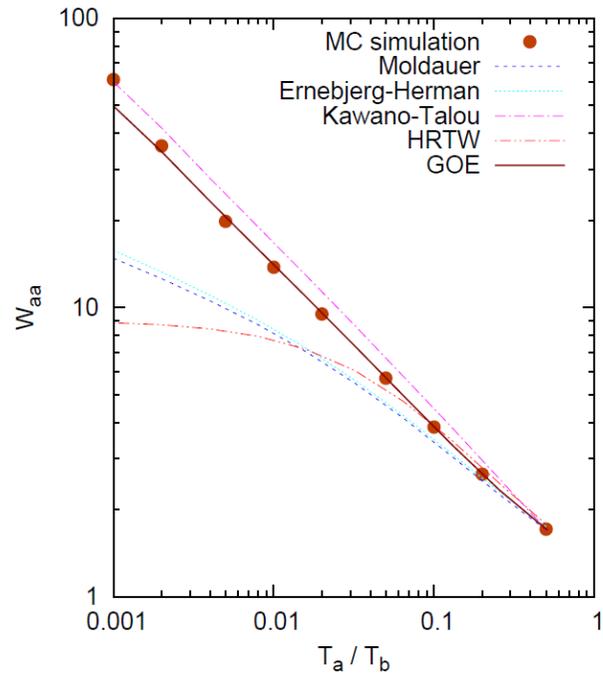
- Hyp: $H \downarrow \mu\sigma \in GOE$

Width Fluctuation Correction (depends only on T)

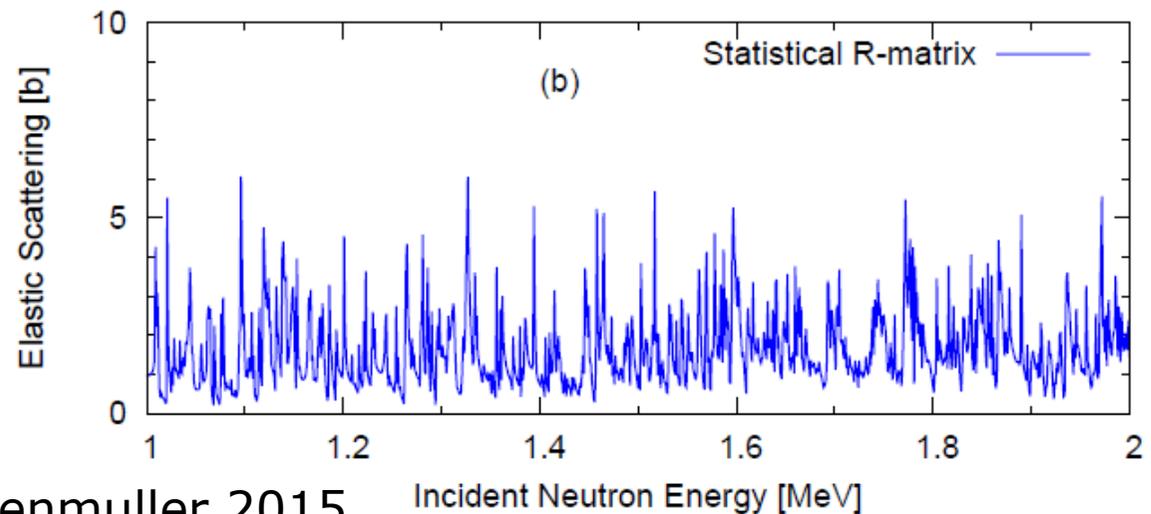
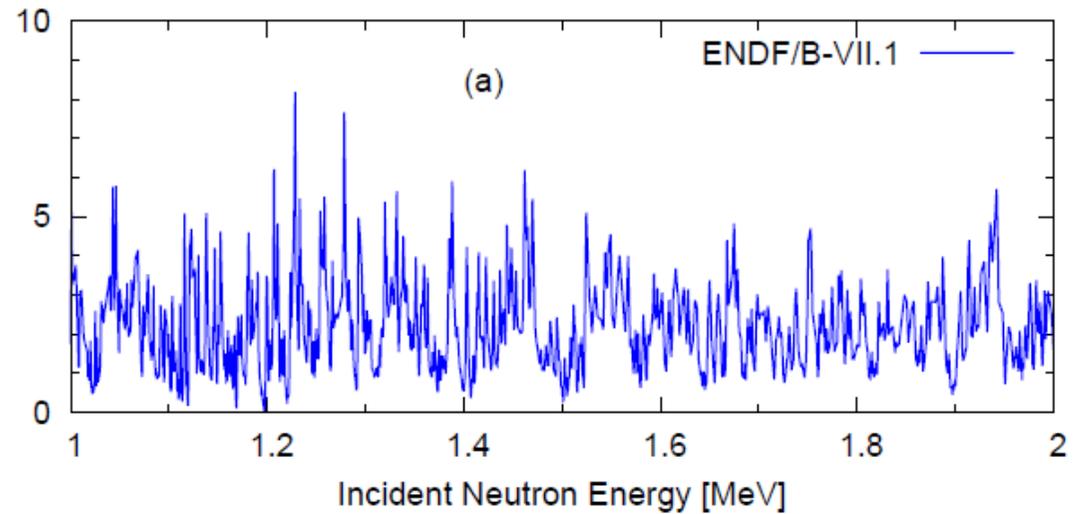
Accounts for the small number of CN resonances at low energy

T.Kawano, P.Talou, H.Weidenmuller 2015

Au-delà de Hauser-Feshbach



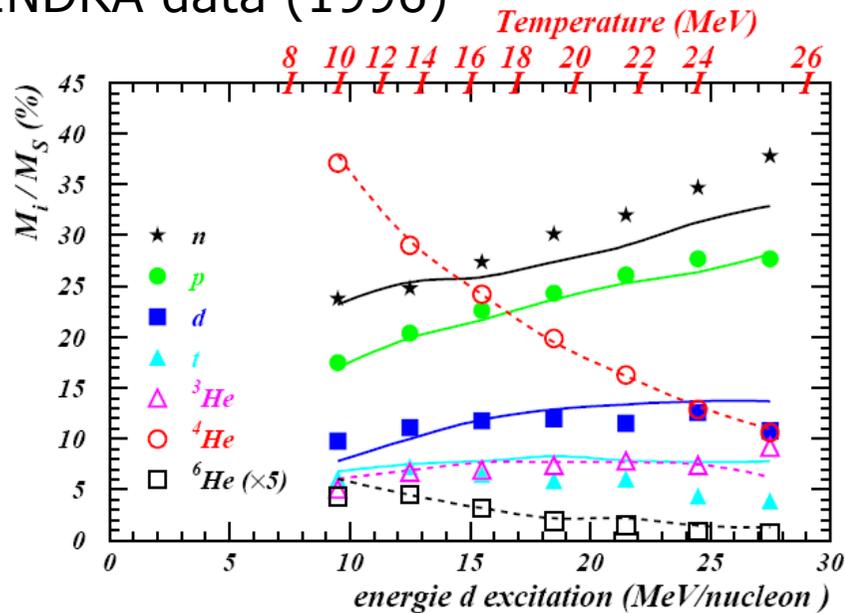
$n+^{56}\text{Fe}$



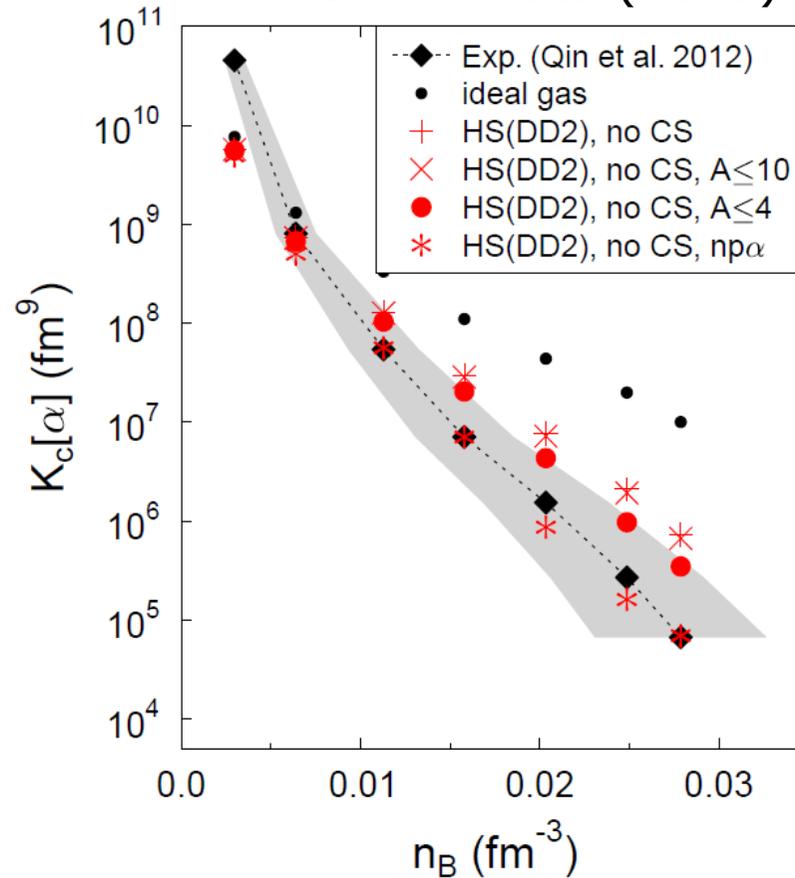
Le continuum non resonnant

- Complexité=> thermalisation (via théorie de l'information)
- $n \downarrow i = n \downarrow i, FD(T, \mu)$ quasi-particule (nucléons et fragments composites)
- Self-interaction via volume exclu

INDRA data (1996)



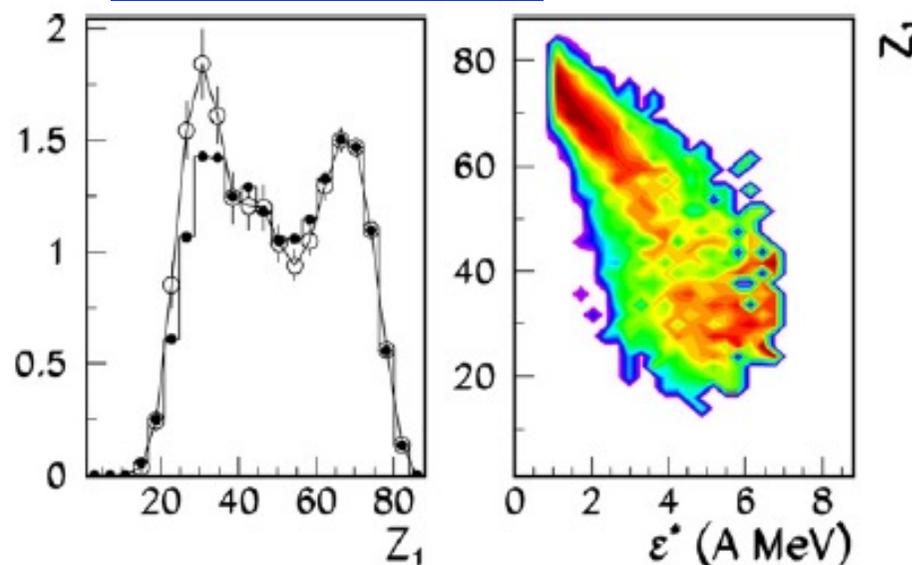
TEXAS A&M data (2015)



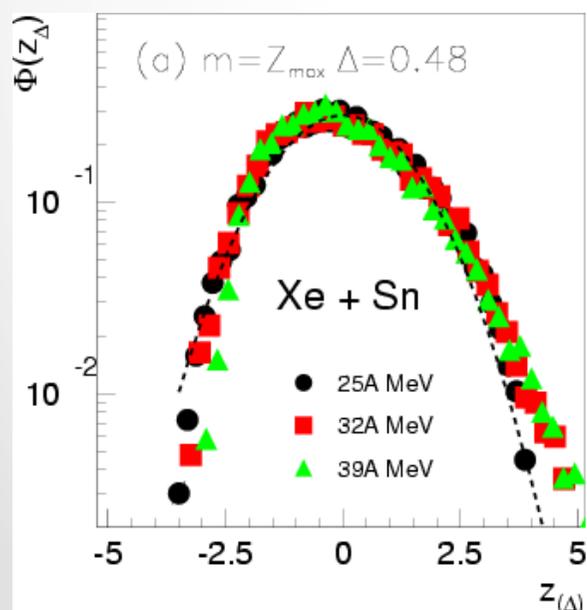
Le continuum non résonnant

- Evidence expérimentale de transition de phase
- Théorie: seulement toy-models (ISING, LGM...)

Au+Au 35 A MeV (Multics 2008)

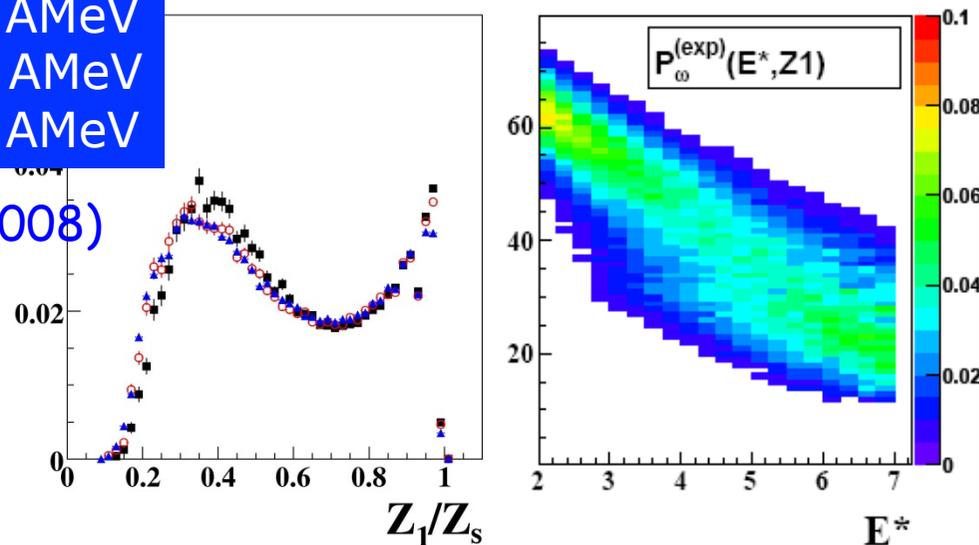


INDRA (2004)



**Au+Au 60 A MeV
80 A MeV
100 A MeV**

(INDRA 2008)



Quelle origine pour le chaos?

- La dynamique sous-jacente dans la limite classique est ergodique \Leftrightarrow le système quantique est chaotique
 - Conjecture **O.Bohigas** (1986)
 - Confirmation: plusieurs exemples de systèmes chaotiques classiques montrent un spectre GOE
 - Preuve formelle ergodic \Rightarrow GOE **S.Heusler** (2007)
- Ensemble gaussien: interpolation entre l'équilibre micro et cano
 - $C \exp\left(-\frac{N \text{tr}(H^2)}{\lambda^2}\right) \prod_{\mu \leq \nu} dH_{\mu\nu}.$
 - Contact avec un reservoir avec N dof **R.S.Johal** (2003)
 - Correspond à l'info corrélée de $\langle H \rangle$ et $\langle H^2 \rangle$ **Ph.Chomaz F.G.** (2005)
 - Peut être re-écrit comme un équilibre de Tsallis **A.Plantino** (2007)

What is temperature?

- a thermometer is an object loosely coupled to the system under study:

$$\begin{cases} E_{\text{tot}} = E_{\text{sys}} + E_{\text{th}} \\ W(E_{\text{tot}}) = W_{\text{sys}}(E_{\text{sys}}) \otimes W_{\text{th}}(E_{\text{th}}) \end{cases} \text{ independent densities of states}$$

$p(E) = W_{\text{th}}(E)W_{\text{sys}}(E_{\text{tot}}-E)/W(E_{\text{tot}})$ energy distribution of the thermometer in thermal contact

(equiprobability of microstates)

$$p(E) = \max \Rightarrow d \ln W_{\text{th}} / dE_{\text{th}} = d \ln W_{\text{sys}} / dE_{\text{sys}}$$

- the quantity shared at equilibrium is the microcanonical temperature $T^{-1} = d \ln W / dE$
- T is defined for an arbitrary number of degrees of freedom
- T is an ensemble property: we cannot infer T from a single microstate

Conclusion

- La physique nucléaire: une échelle idéale pour étudier l'émergence du chaos à partir de la dynamique quantique déterministe et la fondation de la mécanique statistique
- Le mot clé est la complexité plus que le nombre de degrés de liberté
- Exemples à la fois en statique et dynamique
- Interaction => Symétrie et classe d'universalité